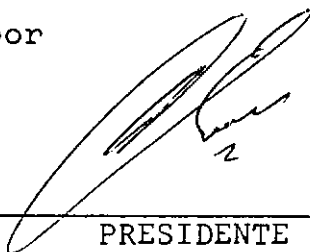


INVESTIGAÇÃO NA APLICAÇÃO DA TEORIA  
DE VIBRAÇÃO AO TESTE DINÂMICO DE  
MÁQUINAS - FERRAMENTA.

JOSÉ ANTÔNIO SAADI ABI-ZAID

Tese submetida ao Corpo Docente da Coordenação dos Programas Pós-Graduados de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

Aprovada por

  
\_\_\_\_\_  
PRESIDENTE

Thi's J. Carvalho e Silva

  
\_\_\_\_\_

RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
NOVEMBRO DE 1972

Aos meus queridos

FELIPE e MALY

AGRADECIMENTOS

Ao CNpq, COPPE/UFRJ, NCE/UFRJ, BNDE e UFES.

Aos professores Michael Evans que me orientou neste trabalho e Artur Ripper Neto e Theo Furtado pelo apoio e compreensão de sempre.

A meus pais, a Elias e Isabel, às minhas irmãs e Nancy.

### SINOPSE

O objetivo deste trabalho visou à investigação da estabilidade dinâmica de um torno de centro nacional.

O grau de estabilidade da referida máquina-ferramenta foi determinado de duas maneiras distintas.

Primeiramente foram feitos testes de usinagem em peças pré-determinadas a fim de se obter uma carta de estabilidade, relacionando a largura limite de corte com a velocidade superficial da peça. Manteve-se o avanço transversal constante variando sucessivamente as rotações do eixo-árvore.

A segunda parte teve por finalidade medir a resposta da máquina à excitação por meio de um vibrador eletrodinâmico, utilizando equipamento automático.

Por último foram comparados os gráficos de estabilidade dinâmica obtidos experimentalmente e, teoricamente, através de três aspectos distintos da teoria de estabilidade com o auxílio de programas de computador.

## SYNOPSIS

The main purpose of this work was to investigate the dynamic stability of a national centre lathe.

The degree of stability to above referred machine tool was determined in two different ways.

Firstly, the cutting tests were done on predetermined workpieces to obtain a chart of stability between the limit width of cut and the superficial velocity of the workpiece. Maintaining the transverse feed constant and varying successively the rotation of the spindle.

The second part was measuring the response of the machine to excitation by an electrodynamic vibrator, utilizing automatic equipment.

Finally one compared the graphs of dynamic stability obtained experimentally and, theoretically, by considering three distinct aspects of the theory of stability using the respective computer programmes.

## ÍNDICE

	PÁGINA
AGRADECIMENTOS	II
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	VII
SINOPSE	IX
SYNOPSIS	X
CAPÍTULO I    Introdução	1
CAPÍTULO II    Revisão da Literatura	4
2.1.    Deformação do Metal no Processo de Usinagem	5
2.2.    Processo de Corte Estático	7
2.2.1.    Mecânica do Processo de Corte	7
2.2.2.    Influências das Condições sobre o Processo de Usinagem	14
2.2.3.    Vida da Ferramenta	16
2.3.    Processo de Usinagem Dinâmico	19
2.3.1.    Introdução	19
2.3.2.    Vibrações Forçadas	19
2.3.3.    Vibrações Auto-Induzidas	21
2.3.4.    Estabilidade Dinâmica do Processo de Usinagem	23
CAPÍTULO III    Procedimento dos Testes Experimentais	44
3.1.    Resumo	45
3.2.    Testes Práticos de Usinagem para Obtenção da Carta de Estabilidade Dinâmica	45
3.2.1.    Considerações e Características da Máquina	45

	PÁGINA
3.2.2. Testes Práticos de Usinagem	47
3.2.2.1. Aparelhagem	47
3.2.2.2. Desenvolvimento dos Testes Práticos de Usinagem	48
3.3. Testes de Vibração para Simulação Dinâmica do Processo de Usinagem	50
3.3.1. Aparelhagem	50
3.3.2. Desenvolvimento dos Testes de Vibração para Simulação	52
3.3.3. Testes de Simulação para a Peça Fixa	52
3.3.4. Testes de Simulação para a Peça Rotativa	54
CAPÍTULO IV Análise dos Resultados	56
4.1. Discussões e Comentários	57
4.2. Resultados e Conclusões	60
4.3. Sugestões	63
NOMENCLATURA	64
BIBLIOGRAFIA	68
APÊNDICE I Dedução da Receptância Transversal (Y/P)	72
APÊNDICE II Dedução das Condições no Limite de Estabilidade	76
APÊNDICE III Programas de Computador	80

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG.

- |    |  |
|----|--|
| 1  | Peça para os Testes Práticos   |
| 2  | Ferramenta de Corte  |
| 3  | Peça para os Testes de Simulação com o<br>Eixo-Árvore Estacionário       |
| 4  | Peça para os Testes de Simulação Rotativa                                |
| 5  | Nova Peça para os Testes de Simulação<br>Rotativa                        |
| 6  | Transdutor de Força  |
| 7  | Diagrama de Bloco para Montagem dos Aparelhos<br>dos Testes de Usinagem  |
| 8  | Diagrama de Bloco para Montagem dos Aparelhos<br>dos Testes de Simulação |
| 9  | Carta de Estabilidade Prática  |
| 10 | Carta de Estabilidade Teórica  |
| 11 | Receptância Horizontal Direta  |
| 12 | Receptância Transversal Horizontal-Vertical                              |
| 13 | Receptância Vertical Direta  |
| 14 | Receptância Transversal Vertical-Horizontal                              |
| 15 | Receptância Transversal da Máquina para $\beta = 45^\circ$               |
| 16 | Receptância Transversal da Máquina para $\beta = 60^\circ$               |
| 17 | Receptância Transversal da Máquina para $\beta = 75^\circ$               |
| 18 | Receptância Horizontal-Direta para 63 R.P.M.                             |
| 19 | Receptância Transversal Horizontal-Vertical<br>para 63 R.P.M.            |



LISTA DE FOTOGRAFIAS

- A. Torno IMOR P-400 500mm entre pontas
- B. Peça dos Testes após o Trepidamento
- C. Equipamentos dos Testes de Usinagem
- D. Equipamentos dos Testes de Simulação

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O rápido progresso técnico observado nas últimas décadas favoreceu um grande número de atividades humanas. Entre estas, o desenvolvimento na indústria é de extraordinária importância, no que tange à estabilidade dinâmica das máquinas-ferramenta.

Por algum tempo, testes estáticos em máquinas-ferramenta eram considerados como parte do processo de fabricação. Sem dúvida, desde a aceitação dos testes estáticos em máquinas-ferramenta, grande progresso na precisão das operações de usinagem foi obtido.

Testes estáticos indicam os alinhamentos da máquina, mas não fornecem condições de análise para outras perguntas vitais como estabilidade de operação da máquina-ferramenta e precisão da peça usinada.

Problemas associados com a superfície de acabamento da peça e vida da ferramenta, devido à influência de vibrações auto-induzidas durante a usinagem, são resolvidos com a utilização de testes dinâmicos.

Neste trabalho a estabilidade da máquina-ferramenta foi testada de dois modos diferentes:

- (a) - Testes práticos de usinagem
- (b) - Testes de resposta em frequência da máquina.

Os testes de usinagem são necessariamente longos e complicados pela variação de parâmetros tais como afiação da ferramenta e material da peça usinada.

Há uma necessidade em se obter, de modo rápido e simples, o desempenho dinâmico de uma máquina-ferramenta de tal modo que uma comparação direta possa ser feita com máquinas similares. Realizam-se mudanças na estrutura da máquina a fim de se obter um aumento na estabilidade.

Contudo, não é possível relacionar resultados experimentais com os da análise teórica dos testes de resposta em frequência e especificar as exigências necessárias para uma dada máquina-ferramenta, de modo que um projetista possa usar as informações para melhores resultados. Apesar do projetista incluir no projeto critérios digamos, de trepidamento, por comparação das performances de trepidamento em máquinas-ferramenta similares, o comportamento dinâmico das máquinas difere sensivelmente. Isto porque as condições de usinagem e posicionamento dos elementos da estrutura das máquinas diferem uns dos outros.

Assim, projetos são feitos através da análise em modelos reduzidos, formas modais etc., fazendo os respectivos testes dinâmicos. Com a obtenção dos dados necessários, mudanças na estrutura são feitas para melhoria de suas características dinâmicas.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

## CAPÍTULO II

### REVISÃO DA LITERATURA

Trabalhos de natureza empírica, realizados no passado, acerca do processo de usinagem, desenvolveram técnicas de corte que determinavam a redução do custo de usinagem, a produção de componentes com boa precisão e superfície de acabamento.

Posteriormente, estudos relevando os princípios de usinagem, juntamente com a estrutura da máquina-ferramenta, possibilitaram de um modo melhor a aplicação dos estudos teóricos na solução dos problemas de vibração encontrados na prática.

#### 2.1 DEFORMAÇÃO DO METAL NO PROCESSO DE USINAGEM

O processo de usinagem é um sistema de inter-relações complexas de deformações plásticas, processos térmicos, processos de atritos, afetado principalmente pela geometria da ferramenta de corte, condições de corte (velocidade, avanço, profundidade de corte), propriedades do material da peça de trabalho e de fluidos de corte.

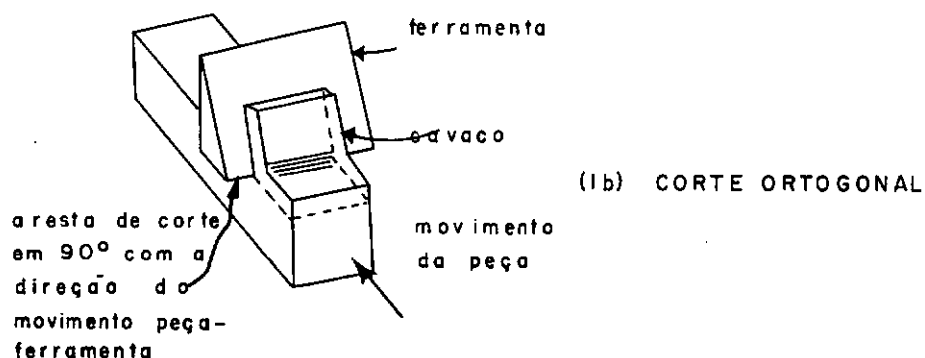
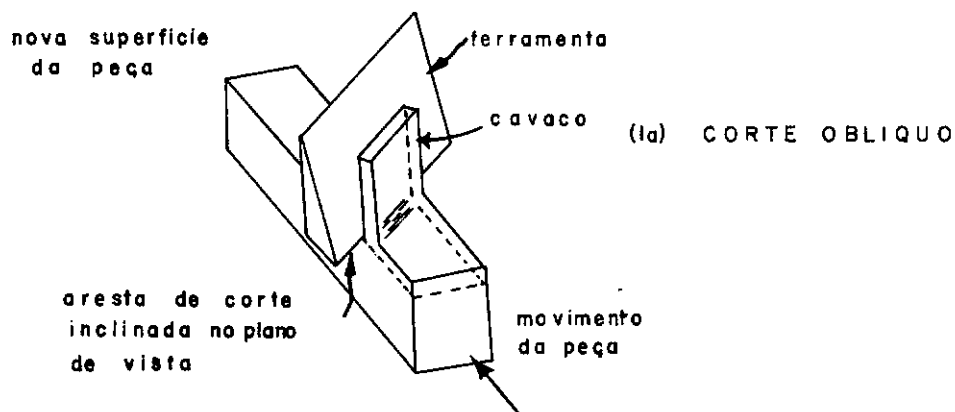
Durante o processo de usinagem, distinguem-se dois tipos de corte.

(a) - Oblíquo

(b) - Ortogonal

No corte oblíquo, a aresta de corte da ferramenta é reta e paralela à superfície do plano original da peça.

No corte ortogonal, a aresta de corte é perpendicular à direção de movimento relativo peça-ferramenta. As figuras (1a) e (1b) ilustram os respectivos casos:



No corte ortogonal, a formação do cavaco é considerada como um fenômeno bidimensional ou de deformações planas, realizando-se num plano normal à aresta de corte. Neste caso, o trabalho total, desenvolvido durante o processo de usinagem, é dado pela soma das energias de cisalhamento (no plano de cisalhamento) e de atrito (na superfície de saída da ferramenta), que constituem as energias de deformação.

Durante o processo de usinagem três tipos distin

-tos de cavaco podem ser formados.

- (a) - Cavaco contínuo.
- (b) - Cavaco contínuo com presença de aresta-postiça na aresta de corte da ferramenta.
- (c) - Cavaco descontínuo.

O tipo de cavaco produzido numa determinada usinagem depende do material de que são feitas as peças e ferramentas. Subordina-se também à velocidade de corte, à geometria da ferramenta e ao emprego de fluidos lubrificantes ou não.

Ao usinar materiais dúcteis tais como cobre e aço doce, obtém-se uma formação de cavaco contínuo sem a presença da formação de aresta-postiça de corte, na superfície de corte da ferramenta.

Se a força de usinagem é invariável para uma seção transversal do cavaco não deformado e velocidade de corte, teremos um processo de corte estável ou estático.

## 2.2 PROCESSO DE CORTE ESTÁTICO

Os fatores que influenciam na operação de corte estático podem ser resumidos do seguinte modo.

- 1 - Mecânica do processo de usinagem.
- 2 - Influência das condições de corte sobre o processo de usinagem.
- 3 - Vida da ferramenta.

### 2.2.1. MECÂNICA DO PROCESSO DE CORTE

Hartig, segundo Evans, (1) através de estudos i-



-niciais sobre o processo de usinagem, elaborou tabelas empíricas realizando testes de usinagem em vários metais distintos.

Entretanto, o processo de formação de cavaco por cisalhamento em uma zona que se estende da aresta de corte da ferramenta até a interseção das superfícies do cavaco e da peça trabalhada, foi feito por Thime (2).

Mallock, segundo Evans, (1) observou que a fratura do material aparecia na zona de cisalhamento e que as laminações fraturadas da peça em trabalho, moviam-se umas sobre as outras a fim de formarem o cavaco.

Merchant, (3) analisando a mecânica do processo de corte, concluiu que a tensão de cisalhamento, no plano de cisalhamento, era uma função linear da tensão normal existente neste mesmo plano.

Após as tentativas de Piispanen (4) a fim de resolver o problema da formação do cavaco, a primeira análise completa foi feita por Ernst e Merchant, (1) chamada de solução do ângulo de cisalhamento. Nesta análise, o comportamento do cavaco era considerado um corpo rígido em equilíbrio, pela ação das forças transmitidas da interface cavaco-ferramenta e o plano de disalhamento. A figura (2) ilustra o modelo do processo de corte usado por Ernst e Merchant.

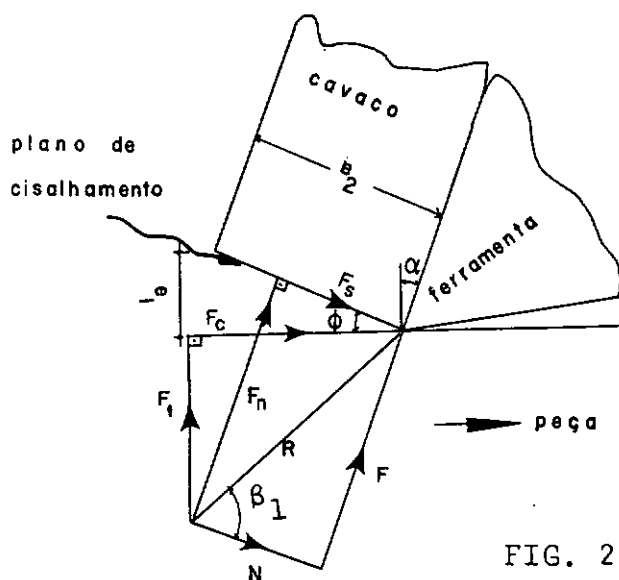


FIG. 2

Onde:

$R$  - Força resultante na ferramenta.

$F_c$  - Força de corte

$F_t$  - Força de avanço

$F_s$  - Força cisalhante no plano de cisalhamento.

$F_n$  - Força normal ao plano de cisalhamento.

$F$  - Força de atrito na superfície de saída da ferramenta.

$N$  - Força normal na superfície de saída da ferramenta.

$\phi$  - Ângulo médio de atrito.

$\beta_1$  - Ângulo médio de atrito.

$\alpha$  - Ângulo de saída da ferramenta.

$e_2$  - Espessura do cavaco.

$e_1$  - Espessura do cavaco não deformado.

Em sua análise, Ernst e Merchant consideraram que o ângulo de cisalhamento ( $\phi$ ) teria um valor que torna o traba-

-lho de corte mínimo, determinando a seguinte relação:

$$2 \phi + \beta_1 - \alpha = 90^\circ$$

"Merchant (5) observou que os resultados experimentais eram pouco concordes com a equação acima, exceto para casos especiais". Desenvolveu ensaios de corte em aços SAE 9445 e 4340, respectivamente, e obteve as seguintes equações:

$$2 \phi + \beta_1 - \alpha = 77^\circ$$

$$2 \phi + \beta_1 - \alpha = 80^\circ$$

Concluindo que a equação ( $2 \phi + \beta_1 - \alpha = 77^\circ$ ) era a que mais se aproximava da realidade e que essas discrepâncias eram acarretadas por fatores como temperatura e velocidade de corte, deformação por cisalhamento, encruamento e influência da tensão normal sobre o plano cisalhante. Observou Merchant que este último fator era o que influenciava sobre o valor de ( $\phi$ ), desenvolvendo assim a seguinte lei linear:

$$S_s = S_o + K^* S_n$$

Onde:

$S_s$  - Tensão cisalhante no plano de cisalhamento.

$S_n$  - Tensão normal.

$S_o$  - É o valor de ( $S_s$ ) quando ( $S_n$ ) é nulo.

$K^*$  - Constante para um determinado material.

De posse desta lei, baseada nos estudos feitos por Bridgman, que pesquisou os efeitos das tensões normais de compressão sobre a tensão de cisalhamento dos metais, Merchant conclui sua nova relação.

$2 \phi + \beta_1 - \alpha = C_1$ , sendo ( $C_1$ ) uma constante de usinagem dada por  $C_1 = \text{arctg}(K^*)$ .

Ao considerarem que no corte ortogonal, uma parte do cavaco é tida como um plástico ideal sólido, Lee e Shaffer (6) analisaram a distribuição de tensões no cavaco, deduzindo a seguinte expressão:

$$\phi + \beta_1 - \alpha = 45^\circ$$

Os resultados experimentais apresentaram divergências quando comparados com os teóricos. A fim de explicá-las Lee e Shaffer introduziram o conceito de uma aresta postiça de corte como responsável, obtendo assim uma nova relação:

$$\phi + \beta_1 - \alpha + \theta^* = 45^\circ$$

Onde ( $\theta^*$ ) é um ângulo que depende do tamanho da aresta postiça de corte.

Baseados na teoria de Lee e Shaffer, os pesquisadores Shaw, Cook, Finnie estudaram a inter-relação existente entre o atrito cavaco-ferramenta e o processo de cisalhamento durante a formação do cavaco. Verificaram experimentalmente que o coeficiente de atrito ( $f$ ) do cavaco sobre a ferramenta oscila quando o ângulo de saída da ferramenta varia. O coeficiente de atrito era influenciado pela zona de tensões no plano de cisalhamento.

Estes pesquisadores apresentaram duas hipóteses:

1 - O coeficiente de atrito ( $f$ ) não é independente do ângulo de cisalhamento ( $\phi$ ).

2 - O plano de cisalhamento não está na direção do cisalhamento máximo.

E escreveram a seguinte relação:

$$\phi + \beta_1 - \alpha - \eta = 45^\circ$$

onde ( $\eta$ ) é o ângulo de desvio entre a direção do plano de cisalhamento e a direção da tensão máxima de cisalhamento.

Rubenstein (7) desenvolveu uma teoria geral para corte ortogonal considerando três casos:

1 - Deslizamento completo na superfície de saída da ferramenta.

2 - Deslizamento e permanência do cavaco na superfície de saída da ferramenta.

3 - Permanência completa ao longo da superfície de saída da ferramenta.

Analisando usinagem com cavaco contínuo, pesquisadores (8) determinaram a energia por unidade de tempo ( $W_1$ ) durante a deformação do cavaco, relacionando-a com a energia de atrito na superfície da ferramenta ( $W_2$ ). Esta relação é expressa por:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\text{sen } \beta_1 \cdot \text{sen } \phi}{\cos (\phi + \beta_1 - \alpha) \cdot \cos \alpha}$$

onde  $\phi$ ,  $\beta_1$  e  $\alpha$  são respectivamente os conhecidos ângulos de cisalhamento, atrito e saída da ferramenta.

Eggleston, Herzog e Thomsen (6), usando em corte ortogonal três materiais distintos, concluíram que:

1 - O ângulo ( $\lambda$ ) formado pela força resultante de usinagem e o plano de cisalhamento, é uma constante para uma primeira aproximação, isto é: ( $\lambda$ ) igual à constante não é solução única para um dado material qualquer.

2 - As relações entre os ângulos de cisalhamento ( $\phi$ ) e a diferença dos ângulos de atrito e saída da ferramenta

$(\beta_1 - \alpha)$  são aproximadamente lineares.

3 - Nem a teoria de Ernst e Merchant, critério mínimo de energia, nem a de Lee e Shaffer solução do plástico sólido ideal está de acordo com a observação experimental feita por eles.

Field e Merchant (9) observaram por meio fotográfico que na formação do cavaco, a inclinação do plano de cisalhamento diminui à medida que o cavaco se forma, com um concomitante aumento no coeficiente de atrito entre cavaco-ferramenta. É que ocorre uma diminuição na tensão de compressão, no plano de cisalhamento, até atingir um valor crítico no qual a fratura do material ocorre.

Das e Tobias (10), através de um estudo estatístico, mostraram a dependência das componentes das forças de usinagem e de cisalhamento com o ângulo de cisalhamento. Neste estudo fizeram uma predição das forças de usinagem e de cisalhamento em função da área de cisalhamento. Da figura abaixo temos as seguintes relações:

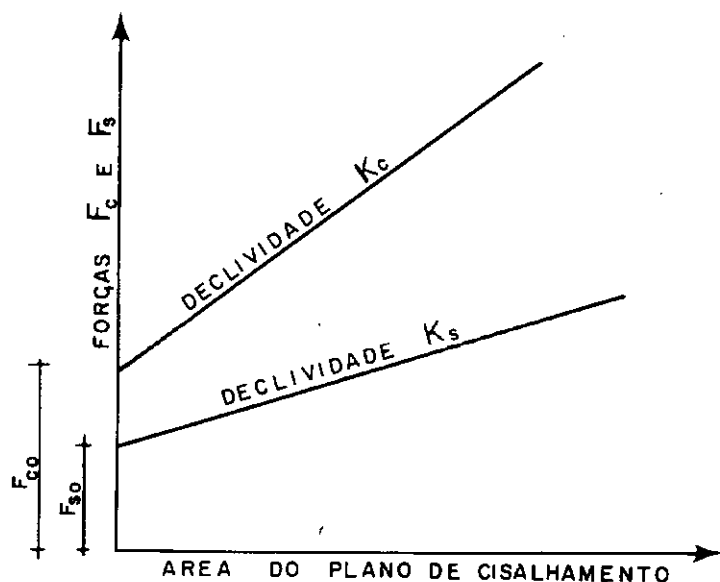


FIG. 3

À razão das declividades das retas representando a variação das forças ( $F_c$  e  $F_s$ ), respectivamente, chamaram de Índice Universal de Usinabilidade (D). Obtiveram a seguinte expressão:

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{D \cos (\phi - \alpha) - \cos \alpha}{D \operatorname{sen} (\phi - \alpha) + \operatorname{sen} \alpha}$$

Da expressão conclui-se que o ângulo de atrito varia com  $(\alpha)$ . É também fato experimental que uma variação no ângulo  $(\alpha)$  acarreta uma variação de grandeza similar no ângulo  $(\phi)$ .

Nesta parte de mecânica do processo de usinagem, as regiões de interesse para a produção de cavaco contínuo sem aresta postiça na ferramenta de corte são:

1 - Zona primária de deformação onde a peça em usinagem é continuamente cisalhada (compressão), a fim de formar o cavaco.

2 - A região na ponta da ferramenta, onde o efeito do atrito entre o flanco da ferramenta e a nova superfície gerada na peça são combinados para produzir uma força agindo na ferramenta, a qual não contribui diretamente para a formação do cavaco.

3 - A segunda zona de deformação, onde forças de atrito entre cavaco e ferramenta produzem uma maior deformação no cavaco do material.

#### 2.2.2. INFLUÊNCIAS DAS CONDIÇÕES SOBRE O PROCESSO DE USINAGEM

Durante o processo de usinagem estático, (11) as influências sofridas pela força de usinagem em amplitude e direção são devidas a fatores que podem ser classificados do seguinte mo-

-do.

1 - Material da peça e ferramenta, taxa de remoção de cavaco.

2 - Geometria da ferramenta e ângulo de posição, estado de afiação da ferramenta.

3 - Velocidade de corte e lubrificação.

Testes de usinagem realizados em diferentes materiais mostraram que na faixa de velocidade de corte (100 a 1000 ft/min), a força de corte na direção de corte, que é responsável pela potência de corte, decresce de modo significativo com a velocidade de corte.

Oxley e Fenton, (12) baseados em experiências, mostraram que para uma dada velocidade de corte e uma diminuição na tensão de cisalhamento, devido a um dado valor do ângulo de saída da ferramenta, obtém-se uma redução da força de corte na direção de corte. Notaram um decréscimo da força de corte na direção normal à direção de corte, devido ao aumento da velocidade de corte.

Ferramentas de corte com aumento do ângulo de saída produzem uma diminuição da força de usinagem. Este aumento do ângulo diminui a resistência da ferramenta e aumenta sua sensibilidade aos choques.

A diminuição da força de corte na direção de corte, para um dado aumento no ângulo de posição ( $\chi$ ), é verificada, desde que não haja interferência da aresta lateral de corte com a superfície da peça trabalhada. A influência do coeficiente de atrito sobre o decréscimo da força de usinagem pode ser vista sobre os



seguintes aspectos: aumentando-se a velocidade de corte, o coeficiente de atrito decresce e conseqüentemente há um decréscimo da aresta postiça de corte, acarretando um aumento na força de usinagem. Com o desaparecimento da aresta postiça de corte e correspondente aumento da velocidade corte, obtém-se um decréscimo da força de usinagem.

A influência exercida pelos fluidos de corte sobre o decréscimo da força de usinagem, somente se faz sentir para baixas velocidades de corte visto que em altas velocidades de corte torna-se difícil a penetração do fluido na zona de contato.

### 2.2.3. VIDA DA FERRAMENTA

Estudos realizados sobre as operações de usinagem mostram que cada uma das variáveis de usinagem tais como profundidade de corte, avanço, velocidade de corte, material e geometria da ferramenta, fluido de corte e o material usado afetam a vida da ferramenta.

Deve-se salientar que a vida da ferramenta representa a vida utilizável (efetiva) da ferramenta de corte para um dado conjunto de condições de usinagem.

O desgaste da ferramenta (13) apresenta-se em três estágios distintos, isto é, um rápido desgaste aparece inicialmente, a partir daí o desgaste desenvolve-se numa taxa uniforme até que uma certa quantidade de desgaste seja formada. Por fim o desgaste atinge uma taxa extremamente rápida que pode produzir a falha total da ferramenta. Estas três etapas são ilustradas confor

-me figura

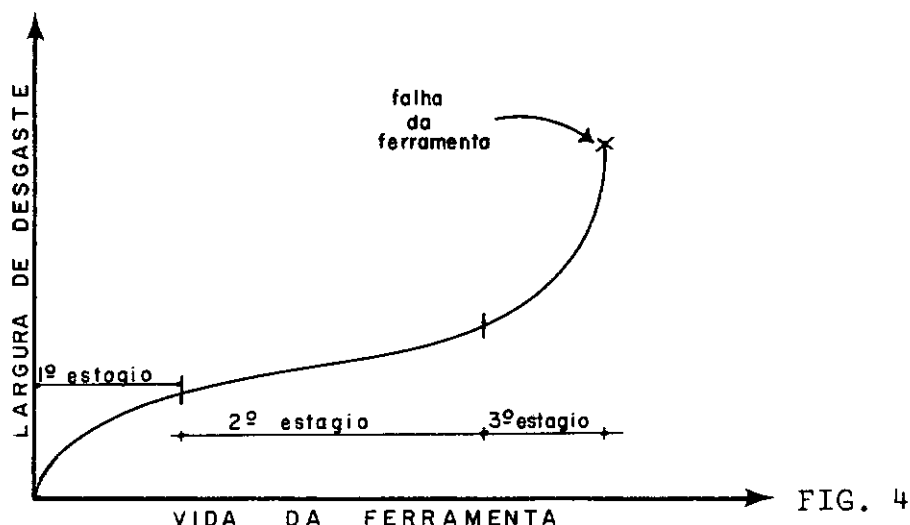


FIG. 4

Observa-se que na maioria dos processos de usinagem, a um aumento de velocidade de corte, usualmente há uma diminuição da vida da ferramenta.

A curva da vida da ferramenta - avanço, quando o avanço geralmente varia, apresenta um valor máximo para a vida da ferramenta, para uma dada taxa de avanço particular. A forma da curva, portanto, dependerá do material usinado e do tipo da ferramenta usado.

Após um certo período de usinagem, (14) o desgaste da ferramenta aparece em duas regiões distintas da mesma. O desgaste aparecerá no flanco da ferramenta abaixo da aresta de corte, formando assim uma superfície de desgaste, estendendo-se aproximadamente paralela à aresta de corte. O desgaste aparece também na superfície da ferramenta formando uma cavidade característica, conhecida como cratera que se inicia a uma certa distância da aresta de corte.

As causas de desgaste das ferramentas de corte

são classificadas como sendo:

- 1 - Devido a processo mecânico, como abrasão e adesão.
- 2 - Processo termo-químico, como a difusão.
- 3 - Processo elétrico-químico, como ação galvanizada localizada.

Um outro fenômeno ainda um pouco obscuro, no que tange o desgaste da ferramenta, é a aresta postiça de corte. A formação da aresta postiça (14) é razoavelmente dividida em duas partes distintas:

- 1 - Adesão entre os materiais da ferramenta e da peça trabalhada.
- 2 - Crescimento do metal aderido.

Os dois fatores que governam o crescimento da aresta postiça são: a temperatura na interface do cavaco-ferramenta e as propriedades mecânicas do material da peça trabalhada.

Takeyama e T. ONO (15) mostraram que a dureza da peça trabalhada é uma condição primordial para a formação da aresta postiça e que tanto maior a dureza da peça trabalhada mais áspera torna-se a superfície usinada.

Estudos (16) feitos sobre a relação existente entre o efeito da superfície de desgaste e a razão da espessura do cavaco, melhor a superfície de acabamento da peça usinada, menor potência será consumida, menor a temperatura do cavaco na saída da ferramenta, menor o atrito entre cavaco e ferramenta, e maior a vida da ferramenta.

Podemos notar que a produtividade é diretamente

afetada pelo desgaste das ferramentas.

O grau de desgaste da aresta de corte da ferramenta é uma das maiores causas para o aparecimento de instabilidade em um sistema durante uma operação de usinagem.

Nesta parte de capítulo comentou-se sobre as condições e fatores que nos permitirão uma melhor compreensão, no estudo dinâmico de usinagem de metais, quando será abordado a parte de maior interesse nesta tese, que é o estudo dinâmico de instabilidade de máquinas-ferramenta.

## 2.3 PROCESSO DE USINAGEM DINÂMICO

### 2.3.1. INTRODUÇÃO

A perda de estabilidade de um sistema elástico é observada através de fenômenos vibratórios.

A margem de estabilidade define a possibilidade de se variar alguns parâmetros do sistema elástico sem a perda de sua estabilidade.

Entende-se por sistema elástico (17) o conjunto máquina-ferramenta, ferramenta de corte e peça trabalhada.

Durante um processo dinâmico de usinagem destacam-se duas espécies de vibrações:

- 1 - Vibrações forçadas.
- 2 - Vibrações auto-induzidas.

### 2.3.2. VIBRAÇÕES FORÇADAS

Dentre os fatores que intensificam as vibrações

relativas (18) da ferramenta de corte e peça trabalhada, podemos citar várias forças externas e perturbações cinemáticas, que, em um sistema estável, apresentam um efeito nocivo na qualidade da superfície acabada.

Dentre estes distúrbios podemos citar forças periódicas, devido ao desbalanceamento de rotores de motores elêtricos, rebolos, polias, erros em dentes de engrenagens, deselinhamento de acoplamentos, etc.

Estes distúrbios, em conjunto com a ação sobre a fundação da máquina, por fontes externas e variações nas condições de usinagem da máquina-ferramenta, conduz ao que se chama de vibrações forçadas. Observa-se ainda que essas vibrações apresentam uma amplitude e espectro de frequência constantes durante o processo de usinagem.

Tobias, (19) através de um modelo teórico formado de massas e molas, examinou a influência de forças alternativas flutuantes, aplicadas no modelo. As equações diferenciais obtidas dos sistemas sujeitos a um tipo de força perturbadora, a qual varia com o tempo, podem ser resolvidas através de série de Fourier (20), obtendo-se várias componentes variando com o tempo. Salienta-se a possibilidade de se considerar em máquinas-ferramenta a excitação indireta, isto é, a força excitadora não atua diretamente na área do processo de usinagem, mas sim através de vários membros elásticos intermediários.

Tweedie, (21) analisando o efeito de vibrações forçadas, em fresadora, através da adição de amortecedores ao sistema, concluiu que para pequenas profundidas de corte, os valores

obtidos eram praticamente os mesmos. Entretanto, para grandes profundidades de corte, as melhorias na superfície da peça usinada eram sensivelmente superiores quando da utilização de amortecedores no sistema.

Estudos (22) foram desenvolvidos a fim de se aumentar a estabilidade dinâmica de máquinas-ferramenta através de amortecedores ativos. O princípio deste método consiste em um sistema de realimentação, em que o sinal originado do movimento vibratório é introduzido no elemento amortecedor a fim de se tentar diminuir a amplitude da vibração original.

### 2.3.3. VIBRAÇÕES AUTO-INDUZIDAS

Define-se vibração auto-induzida aquela em que a força que mantém o movimento é criada ou controlada pelo próprio movimento.

Durante o processo de usinagem (23) em máquinas-ferramenta, o aparecimento das vibrações auto-induzidas é comumente chamado de "Trepidação em máquinas-ferramenta".

Dentre as causas do fenômeno de trepidamento das têm recebido considerável atenção:

(a) - Trepidamento regenerativo.

(b) - Acoplamento dos modos.

O trepidamento regenerativo (24) ocorre quando qualquer perturbação no processo de usinagem estático faz a ferramenta de corte e a peça trabalhada defletirem uma em relação a outra e daí executarem uma vibração relativa que produz uma pequena ondulação na superfície da peça trabalhada. Como regra, isto é,

uma vibração amortecida, mas como a peça (ou a ferramenta) gira, novamente a ondulação na superfície interfere com a ferramenta. Estas interferências produzem uma força de usinagem variável que age na estrutura, defletindo-a e causando a sua vibração. A amplitude desta vibração pode ser menor ou maior do que a inicial e neste caso a amplitude crescerá até ser limitada por algum efeito não linear, tal como a perda de contacto entre ferramenta de corte e a peça trabalhada.

Baseado no que seja o trepidamento regenerativo e o seu mecanismo de formação, pode-se dizer que em qualquer análise de estabilidade de um processo de usinagem, dois fatores devem ser considerados:

1 - Aqueles que relacionam as características da estrutura da máquina-ferramenta, os quais definem o comportamento da estrutura e o movimento relativo da ferramenta de corte e a peça trabalhada, quando o processo de usinagem é perturbado.

2 - Os que relacionam as condições de usinagem, determinando as forças geradas devido à perturbação do processo de usinagem.

A instabilidade devida ao acoplamento dos modos está exclusivamente ligada às características de vibração da estrutura da máquina-ferramenta. Em particular, com relação à orientação das direções principais de oscilação da estrutura, quando a frequência de dois modos de vibração estão próximos não existindo superposição de cortes sucessivos ou quando somente uma passada da ferramenta sobre a peça é realizada.

Fenômenos vibratórios auto-induzidos, em uma da-

-da máquina-ferramenta, podem ter os seus efeitos reduzidos, através de uma diminuição da taxa de metal removido ou através da introdução de amortecedores, tais como hidráulicos, impactos, que a carreta um aumento de custo da máquina-ferramenta.

#### 2.3.4. ESTABILIDADE DINÂMICA DO PROCESSO DE USINAGEM

A primeira tentativa para a explicação do trepidamento, num processo de usinagem, foi feita por Arnold (19). Utilizando um sistema máquina-peça extremamente rígido mas sendo a ferramenta de corte flexível, ele tornou possível, deste modo, eliminar influências perturbadoras de flexibilidade na estrutura, nas partes móveis e na peça e daí fazer um estudo sob condições controláveis do trepidamento. Verificou que as forças responsáveis pelo trepidamento eram geradas pelo processo vibratório do sistema que retirava energia a fim de manter a vibração do movimento da máquina-ferramenta através do processo de usinagem.

O efeito físico mais importante na operação de torneamento é a variação da espessura do cavaco, que pode acarretar instabilidade dinâmica. Contudo, segundo Arnold (19), observou-se que o trepidamento também poderia ocorrer sem a superposição de cortes sucessivos, isto é, sem que o efeito da variação da espessura do cavaco se tornasse presente. Tentou-se explicar teoricamente os resultados obtidos nos testes, através de um sistema com um grau de liberdade.

De acordo com as condições acima, Arnold, concluiu que a instabilidade dinâmica era devido à característica de



-crescente da componente tangencial da força de corte como função da velocidade de corte.

Tobias mostra que a instabilidade dinâmica produzida pelo amortecimento negativo depende do comportamento dinâmico da ferramenta bem como da curva característica decrescente da força de corte com a velocidade de corte.

Hahn e Doi recentemente mostraram que a instabilidade dinâmica é observada em materiais que não apresentam a característica decrescente da força de corte com a velocidade de corte. Ainda é duvidável que o amortecimento negativo introduzido seja suficiente para ultrapassar o amortecimento positivo do sistema.

Hahn (25) em seu artigo sobre "Trepidamento no Processo de Usinagem e sua Eliminação", sugeriu três casos especiais:

- (1) - Trepidamento primário.
- (2) - Trepidamento de realimentação.
- (3) - Instabilidade transitória.

O trepidamento primário foi investigado através do torneamento de uma peça não havendo interferência entre o movimento vibratório da ferramenta e a superfície da peça previamente produzida. Nos testes feitos sob condições amortecidas, as quais posteriormente foram retiradas, observou-se o crescimento da instabilidade dinâmica até atingir as condições totais do trepidamento.

O trepidamento de realimentação era causado pelas passagens sucessivas da ferramenta de corte sobre a peça trabalhada.

Hahn explicou o aparecimento da instabilidade transitória, devido ao fato da penetração da ferramenta na superfície encruada da peça. Encruamento este devido a deformações plásticas na superfície previamente usinada. Existe uma diminuição nas forças de corte, produzindo assim uma maior facilidade de penetração da ferramenta e vibração transitória do sistema.

Conclui-se que este tipo de instabilidade poderia ser variado através de variações feitas nos ângulos de saída e folga da ferramenta de corte.

Cook (26), analisando vibrações no processo de usinagem, diz que aparentemente em altas frequências, o fator responsável é a declividade negativa da curva característica da força de atrito entre cavaco-ferramenta em função da velocidade de corte. Em baixas frequências o fator importante é a variação do ângulo de cisalhamento, que a limitação de amplitude pode ocorrer através da saída do cavaco na superfície da ferramenta ou devido à interferência na face do ângulo de folga.

Wallace e Andrew (27), analisando o comportamento da força de usinagem quando existe um movimento vibratório relativo entre a ferramenta de corte e a peça trabalhada, concluíram que forças oscilatórias aparecem quando há variação da espessura do cavaco não deformado. A força oscilante de compressão possui duas componentes, devido à vibração relativa entre a ferramenta e a peça, uma proporcional à espessura instantânea do cavaco não deformado em fase com o mesmo. A segunda componente é proporcional à declividade da forma ondulada, produzida pela vibração relativa, defasada em relação à espessura do cavaco não deformado de  $90^{\circ}$ .

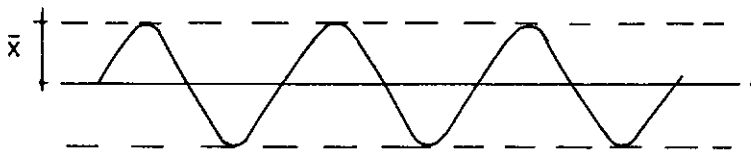
Outro fator importante no estudo de estabilidade do processo de usinagem é a influência do desgaste da ferramenta. À medida que um desgaste da ferramenta (28) é notado, um aumento é provocado nas forças de usinagem, particularmente na direção do avanço, provocando assim vibrações da ferramenta. Estas vibrações são devidas a combinações de avanço, e profundidade de corte.

A estabilidade pode ser melhorada mudando-se qualquer um desses elementos no sistema, aumentando ou diminuindo a velocidade de corte ou avanço e então efetivamente amortecer a condição de vibração.

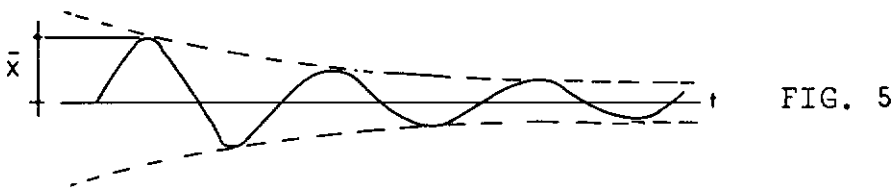
Sweeney (29) apresenta as três diferentes características de vibrações auto-induzidas nas máquinas - ferramenta. Quando a ferramenta encontra alguma irregularidade tal como, um ponto mais duro a ser usinado, a ferramenta vibra em relação à peça e produz uma superfície ondulada, como já foi visto anteriormente. Por causa desta vibração, a profundidade de corte é alterada e uma componente dinâmica da força de usinagem é superposta sobre a força de usinagem estática. Esta força dinâmica faz com que a ferramenta vibre com relação à peça, produzindo uma maior variação di nâmica da força que em consequência vibra a estrutura.

Quando a componente dinâmica da força de usinagem é suficiente para manter uma vibração constante entre a ferramenta e a peça, a máquina-ferramenta está no limite de estabilidade. Se a relação existente entre a estrutura dinâmica da máquina e a força dinâmica é tal que a vibração relativa decresce a máquina

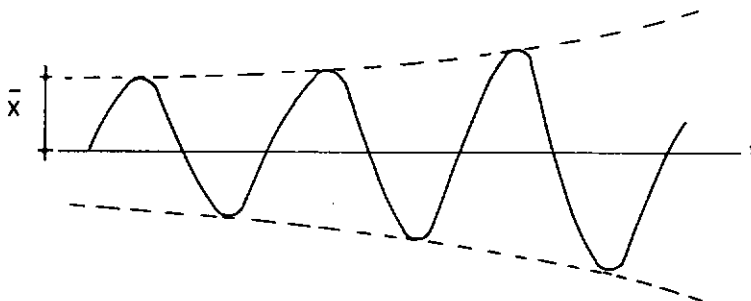
estará em condição estável. Reciprocamente, se as vibrações tendem a aumentar, a máquina-ferramenta estará em condições instáveis.



(a) Limite de estabilidade



(b) Estável



(c) Instável

FIG. Características diferentes das vibrações au  
to-excitadas nas máquinas-ferramentas.

Na análise de vibrações auto-excitadas em máquinas-ferramenta, dois métodos correntes e distintos são utilizados: Método devido a Tlusty e o devido a Tobias.

No método de Tlusty, o processo de corte é simplificado e pesquisas são concentradas na estrutura da máquina-ferramenta.

Tobias concentrou suas pesquisas na mecânica do processo de usinagem e simplificou a estrutura da máquina-ferramenta.

#### a - TEORIA DO TREPIDAMENTO DEVIDA A TLUSTY

Na teoria desenvolvida por Tlusty e Polávek (30) as seguintes simplificações foram consideradas:

(a) - O sistema vibratório da máquina é linear para pequenos deslocamentos estruturais.

(b) - A direção da componente variável da força de usinagem é constante.

(c) - A componente variável da força de usinagem depende somente da vibração na direção da normal à superfície de corte (Y).

(d) - O valor da componente variável da força de usinagem varia proporcionalmente e instantaneamente com o deslocamento vibratório (Y).

(e) - A frequência de vibração e a mútua mudança de fase das ondulações nos subseqüentes cortes de superposição não são influenciados pela relação comprimento de ondulação e comprimento de corte.

Sob o aspecto do processo de corte, a variação

da componente da força de usinagem depende somente da espessura do cavaco, que é dada por:

$$P = - r(Y - Y_0)$$

onde  $P$  = Componente variável da força de usinagem

$Y$  = Amplitude da superfície ondulada, produzida pelos cortes subseqüentes.

$Y_0$  = Amplitude da superfície ondulada, produzida por corte precedente.

$r$  = Coeficiente de acoplamento.

O coeficiente de acoplamento, que expressa a intensidade do acoplamento entre a vibração e a força de usinagem, é uma função da velocidade de corte, geometria da ferramenta, material, etc.

O mesmo pode ainda ser expresso por:

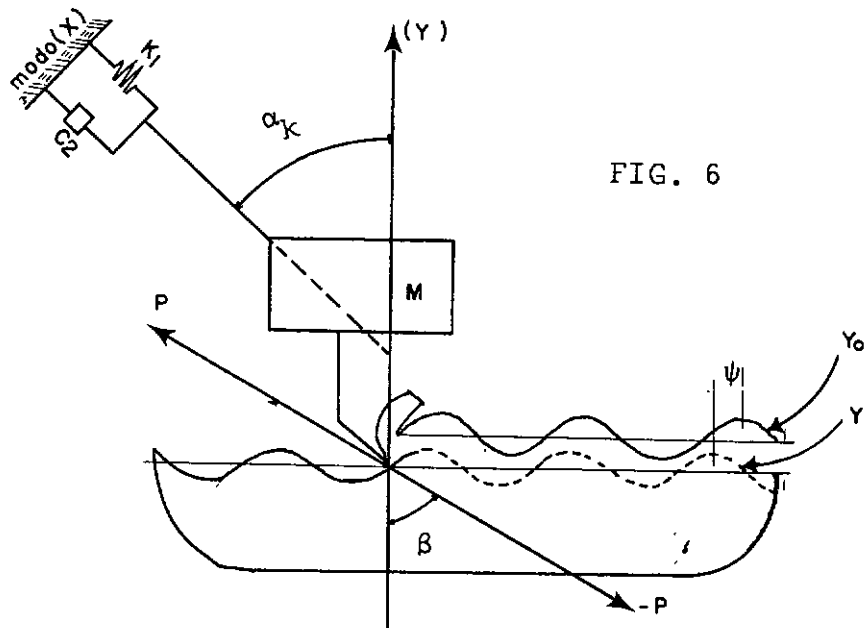
$$r = bR$$

onde  $b$  = largura de corte

$R$  = coeficiente que depende da velocidade de corte, geometria da ferramenta, etc.

Considerando a estrutura da máquina-ferramenta, Tlustý desenvolveu, primeiramente, a teoria para um sistema de um grau de liberdade e depois considerou a contribuição dos efeitos de todos os modos de vibração para um sistema com "n" graus de liberdade.

Seja a figura abaixo:



Devido a uma força de corte harmônica, a deflexão da estrutura no seu modo (X) de vibração, será dada por

$$X = P \cos (\alpha_k - \beta) F(\omega) \quad (1)$$

onde  $F(\omega)$  é uma função qualquer da frequência.

A contribuição na direção (Y) normal à superfície de corte será:

$$Y = X \cos \alpha_k \quad (2)$$

Substituindo a equação (1) na equação (2) temos:

$$Y = P \cos (\alpha_k - \beta) \cos \alpha_k F(\omega) \quad (3)$$

fazendo  $\cos (\alpha_k - \beta) \cos \alpha_k F(\omega) = F'(\omega)$  a equação (3) toma a seguinte forma:

$$Y = P F'(\omega) \quad (4)$$

entretanto para um grau de liberdade:

$$P = -r(Y - Y_0), \text{ dai:}$$

$$\frac{Y}{F(\omega)} = -r(Y - Y_0) \quad (5)$$

$$\frac{Y}{F(\omega)} = bR (Y_0 - Y)$$

dai:

$$\frac{Y}{Y_0} = \frac{F'(\omega)}{\frac{1}{bR} + F'(\omega)} \quad (6)$$

Como vimos, no limite de estabilidade, a amplitude de (Y) de vibração em um corte será igual à amplitude (Y<sub>0</sub>) de vibração no corte precedente:

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \left| \frac{F'(\omega)}{\frac{1}{bR} + F'(\omega)} \right| = 1 \quad (7)$$

$$\text{Entretanto: } F'(\omega) = G(\omega) + j H(\omega) =$$

$$\sum_{i=1}^n U_i G_i + j \sum_{i=1}^n U_i H_i \quad (1)'$$

é a receptância transversal absoluta do sistema vibratório. (G) e (H) são sua parte real e imaginária, respectivamente. (G<sub>i</sub>) e (H<sub>i</sub>) são as receptâncias transversal, real e imaginária dos modos individuais de vibração.

U<sub>i</sub> = cos α<sub>ki</sub> cos (α<sub>ki</sub> - β) são os fatores direcionais dos modos de vibrações individuais.

Deve-se salientar que F'(ω), G e H são tidos como casos particulares das receptâncias transversais, quando o sistema é excitado por uma força agindo entre a ferramenta e a peça na direção (P) da força de corte, e a vibração medida relativamente entre a ferramenta e a peça na direção (Y) normal à superfície de corte.



De posse disto a equação (7) será:

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \left| \frac{G + j H}{\frac{1}{bR} + (G + j H)} \right| = 1$$

Como (r) foi considerado real:

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \left| \frac{1}{\frac{1}{bR} + G} \right| = 1$$

Esta condição só será satisfeita se:

$$\frac{G}{\frac{1}{bR} + G} = -1$$

então

$$-G = \frac{1}{2Rb} \quad (8)$$

A equação (8), devido à consideração (e), define a forma mais simples do limite de estabilidade. O limite mais baixo de estabilidade será determinado pelo mínimo valor de (b) limite da largura do cavaco para o qual a equação (8) é satisfeita.

$$-G_{\min} = \frac{1}{2Rb \text{ limite}} \quad (9)$$

A fim de adicionarmos "n" graus de liberdade à teoria, é necessário somarmos a contribuição individual de cada modo de vibração na direção (Y), normal à superfície de corte, obtendo:

$$Y_i = \sum_{i=1}^n P_i \cos(\alpha_{ki} - \beta) \cos k_i F_i(\omega)$$

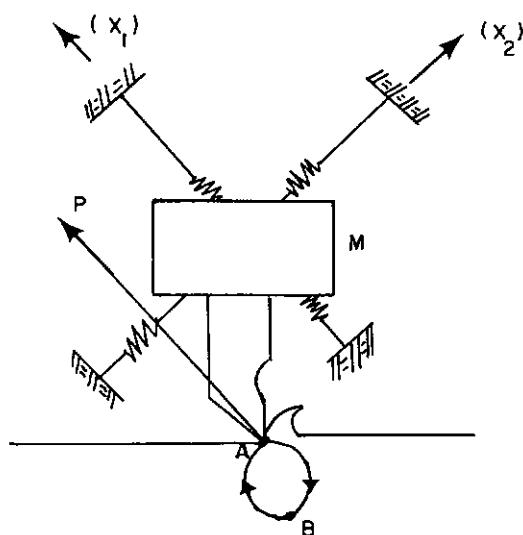
e desenvolvermos de modo análogo a um grau de liberdade.

A receptância transversal da estrutura da máquina-ferramenta será deduzida no apêndice I, particularizada no caso do torno.

A componente máxima negativa em fase da receptância

-cia transversal da máquina-ferramenta determina a assíntota limite de estabilidade, abaixo da qual instabilidade nunca ocorre e acima da qual pode ocorrer instabilidade, em faixas ou lóbulos, dependendo para tal da velocidade da ferramenta ou da peça.

A teoria acima explicada, define o trepidamento sob o ponto de vista do efeito regenerativo, contudo vimos que a instabilidade poderá ocorrer sem a superposição de cortes sucessivos e Tlustý desenvolveu um estudo sob este aspecto.



Analizando um sistema de dois graus de liberdade como mostra a figura acima, Tlustý mostrou que quando ocorre vibração com uma frequência  $(\omega)$ , a massa  $(M)$  vibra simultaneamente em ambas as direções  $(x_1)$  e  $(x_2)$  com amplitudes diferentes e com uma diferença de fase. Assim, a ferramenta executa um movimento elíptico. Durante a primeira metade do ciclo o movimento é de  $(A)$  para  $(B)$ , a força de corte age contra o movimento, o sistema vibratório dissipa energia. Durante a metade do outro ciclo de  $(B)$  para  $(A)$  a ação é feita na direção da velocidade do movimento e a força de corte injeta energia no sistema. A profundidade de corte no primei

-ro ciclo (AB) é menor que a profundidade de corte do segundo ciclo (BA), existindo um ganho de energia por ciclo pelo sistema. Isto pode ser considerado como um amortecimento negativo e então acarreta instabilidade.

Considerando a possível mudança de fase entre a variação da espessura do cavaco e a variação da força de corte o coeficiente do modo de acoplamento na função de transferência do processo de usinagem, não será real e sim um complexo.

A fim de incluirmos o termo da velocidade no desenvolvimento da fórmula, (r), será considerado como sendo:

$r = r e^{-j\Psi}$  sendo ( $\Psi$ ) o deslocamento da fase entre a componente da força dinâmica e a espessura instantânea do cavaco.

Logo:

$$P = - r e^{-j\Psi} (Y - Y_0) \quad (1)$$

De modo análogo ao efeito regenerativo temos:

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = 1$$

ou seja

$$\left| \frac{Y}{Y_0} \right| = \left| \frac{G + j H}{\left(\frac{1}{bR}\right) e^{-j\Psi} + (G + j H)} \right| = 1 \quad (2)$$

podemos escrever:

$$\left| \frac{1}{bR} e^{-j\Psi} + (G + j H) \right| = | G + j H |$$

desenvolvendo o termo  $e^{-j\Psi}$  obtemos:

$$\left| \frac{1}{bR} (\cos \Psi - j \sin \Psi) + (G + j H) \right| =$$

$$= | G + j H | \quad (3)$$

estabelecendo o quadrado dos valores absolutos dos vetores, temos:

$$\left( \frac{1}{bR} \cos \Psi + G \right)^2 + \left( H - \frac{1}{bR} \sin \Psi \right)^2 = G^2 + H^2$$

desenvolvendo, simplificando e eliminando a solução  $\frac{1}{bR} = 0$ :

$$2 G \cos \Psi + \frac{1}{bR} - 2 H \sin \Psi = 0$$

lembrando que:

$$G = \sum U_i G_i \quad \text{e} \quad H = \sum U_i H_i,$$

então:

$$\sum_{i=1}^n G_i \cos \Psi - \sum_{i=1}^n H_i \sin \Psi = - \frac{1}{2bR} \quad (4)$$

Da equação (4) o valor do coeficiente de acoplamento ( $bR$ ) no caso limite é uma combinação algébrica das partes real e imaginária da receptância transversal e das funções trigonométricas  $\sin \Psi(\omega)$  e  $\cos \Psi(\omega)$  do angulo de fase ( $\Psi$ ) no processo de usinagem.

Para a análise da estabilidade de uma máquina-ferramenta, com o intuito de fazer qualquer modificação na estrutura, é mais importante determinar os modos individuais (i.e  $G_1$ ;  $G_2$  e  $H_1$  e  $H_2$ ), que determinar o valor de  $b$  limite.

#### b - TEORIA DO TREPIDAMENTO DEVIDA A TOBIAS:

Tobias e Fishwick (31) estabeleceram para o estudo da teoria do trepidamento em máquinas-ferramenta que a força di

-nâmica de usinagem depende de três parâmetros independentes:

(a) - Espessura do cavaco

(b) - Taxa de penetração

(c) - Velocidade de corte

O incremento da força de corte é dado por:

$$dP = K_1 ds + K_2 dr + K_3 d\Omega$$

onde  $K_1$ ;  $K_2$  e  $K_3$  são coeficientes dinâmicos os quais só podem ser obtidos através de testes experimentais dinâmicos.

Os coeficientes dinâmicos da equação acima podem ser relacionados com os coeficientes do processo de usinagem estático do seguinte modo:

$$dP = K_1 ds + (K_s - K_1) \frac{2\pi}{\Omega} dr + \\ + \{K_\Omega - (K_s - K_1) \frac{s_o}{\Omega}\} d\Omega$$

onde:

$K_1$  = coeficiente da espessura do cavaco (coeficiente dinâmico) =  $(\frac{\partial P}{\partial s})_{dr = d\Omega = 0}$

$K_s - K_1 = K$  = coeficiente da taxa de penetração

$K_\Omega - (K_s - K_1) \frac{s_o}{\Omega}$  = coeficiente da velocidade de corte

$$K_2 = (\frac{\partial P}{\partial r})_{ds = d\Omega = 0}$$

$$K_3 = (\frac{\partial P}{\partial \Omega})_{ds = dr = 0}$$

$s_o$  = avanço

$\Omega$  = velocidade angular da peça ou da ferramenta

Conclui-se desta equação que a instabilidade dinâmica do processo de usinagem é atribuída aos parâmetros que determinam respectivamente o coeficiente da espessura do cavaco, ( $s$ ), o coeficiente da taxa de penetração ( $r$ ) e a variação da velocidade de rotação ( $\Omega$ ).

Para incluirmos ferramentas que possuem um certo número ( $Z$ ) de arestas de corte e um certo número ( $Z_c$ ) de arestas cortando simultaneamente devemos modificar a equação do incremento da força de usinagem, ou seja:

$$dP = \frac{Z_c}{Z} K_1 ds + \frac{2\pi}{\Omega} K \frac{Z_c}{Z} dr + \{Z_c (K_\Omega - \frac{K}{Z} \frac{s_o}{\Omega})\} \quad (1)$$

Levando em consideração a variação da espessura do cavaco bem como a taxa de penetração, e considerando ainda que a influência da variação dinâmica da velocidade de corte é pequena, temos:

$$dP = \frac{Z_c}{Z} K_1 ds + \frac{2\pi}{\Omega} K \frac{Z_c}{Z} dr \quad (2)$$

A variação da espessura do cavaco será:

$$\frac{ds}{Z} = x(t) - x(t - \frac{T}{Z})$$

Considerando a condição de que em certos proces

tabilidade incondicional e outra condicionalmente estável na qual se pode ter corte estável ou instável, como mostra a figura a seguir:

-sos de corte não há sobreposição de cortes, o fator de sobreposição ( $\mu$ ) é introduzido:

$$\frac{ds}{Z} = x(t) - \mu x(t - \frac{T}{Z}) \quad (3)$$

O efeito da taxa de penetração será:

$$\frac{Z_c}{Z} \frac{2\pi}{\Omega} K dr,$$

como  $(dr)$  é a velocidade perturbadora  $\frac{dx}{dt}$  superposta na taxa de avanço:

$$\frac{Z_c}{Z} \frac{2\pi}{\Omega} K \frac{dx}{dt} \quad (4)$$

Das expressões (3) e (4) em (2) obtemos:

$$\begin{aligned} dP = Z_c K_1 \{x(t) - \mu x(t - \frac{T}{Z})\} + \\ + \frac{Z_c}{Z} K \frac{2\pi}{\Omega} \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

Sendo no torneamento  $Z_c = Z = 1$  e no corte ortogonal  $\mu = 1$ :

$$dP = K_1 \{x(t) - x(t - T)\} + K \frac{2\pi}{\Omega} \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

Da análise das variações sofridas pela força de corte, Tobias e Fishwick construíram cartas de estabilidades para um grau de liberdade, que mostram a existência de uma região de estabilidade incondicional e outra condicionalmente estável na qual se pode ter corte estável ou instável, como mostra a figura a seguir:

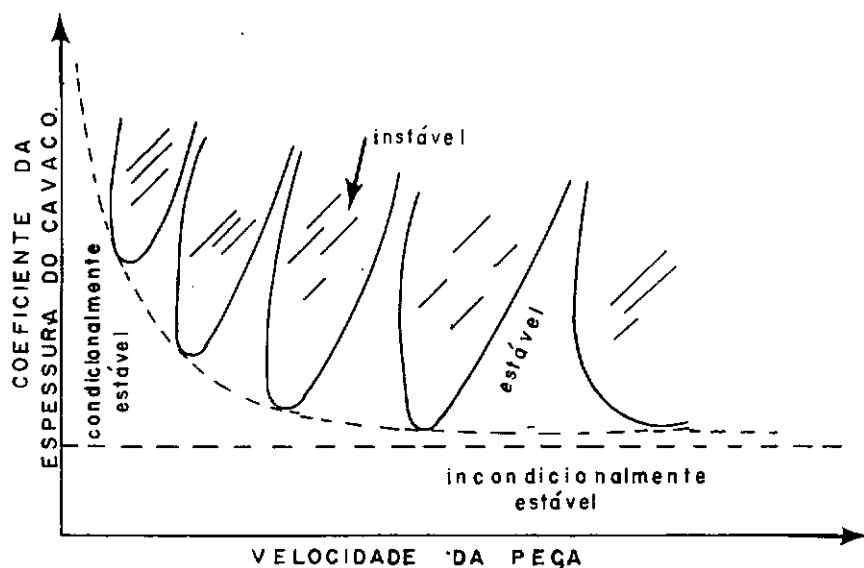


FIG. 6

Da figura identificam-se e classificam-se três linhas limites de estabilidade: assíntota, tangencial e lobulada. A curva real de estabilidade é a lobulada. Para as condições de u sinagem empregada, é aproximada pela tangencial e depois pela assíntota.

A dificuldade é relacionar o coeficiente ( $K_1$ ) com a largura de corte, contudo esta relação é obtida quando se compara as cartas de estabilidade teóricas e experimentais.

Knight, (32) analisando as expressões do incremento da força de usinagem de Tobias e Fishwick, concluiu que o índice de usinabilidade ( $D$ ) e as declividades ( $K_c$ ) e ( $K_s$ ) constantes usados por eles\* variam com a velocidade de corte e com o ângulo de saída da ferramenta. Apesar disto as expressões são válidas devendo-se considerar essas variações quando necessárias.

Gurney e Tobias (33) desenvolveram um método grá

\* Tobias e Fishwick



-fico para determinação da estabilidade dinâmica de uma máquina-ferramenta para a forma mais simples da equação incremental, isto é, desprezando-se o efeito da taxa de penetração.

Neste método a característica dinâmica da máquina é representada pelo lugar resposta harmônica.

A receptância transversal ( $\frac{Y}{P}$ ) da estrutura da máquina entre a direção da força de corte (P) e a normal à superfície de corte (Y) é plotada para uma faixa crescente da frequência, sendo a normalização das coordenadas feita dividindo-se pela rigidez estática entre a ferramenta e a peça trabalhada. O ângulo de fase entre as vibrações sucessivas  $x(t)$  e  $x(t - T)$  pode ser medido e a carta de estabilidade plotada para o coeficiente da espessura do cavaco e velocidade de rotação.

Sweeney e Tobias (34) desenvolveram um método gráfico para determinação da estabilidade dinâmica de máquinas-ferramenta. Incluíram a instabilidade devido à regeneração e ao modo de acoplamento, além do efeito da taxa de penetração nas cartas de estabilidade produzidas. A análise feita por eles aborda quatro casos distintos:

- 1 - A força de corte depende somente da espessura do cavaco.
- 2 - A força de corte depende da espessura do cavaco e da variação da taxa de penetração normal à superfície de corte.
- 3 - A força de corte depende da espessura do cavaco e da variação da taxa de penetração paralela à direção da força de corte.

4 - Força de corte dependendo da espessura do cavaco e da variação da taxa de penetração normal à superfície de corte e incluindo a variação da espessura do cavaco.

Abordando o caso (1) e usando a equação incremental de Tobias e Fishwick:

$$dP = K_1 ds$$

$$\text{sendo: } Z_c = Z = 1$$

$$\mu = 1$$

$$ds = x(t) - x(t - T)$$

$$\text{Então: } dP = K_1 \{x(t) - x(t - T)\}$$

$$\text{Como: } x(t) = P(t) (a + j b)$$

$$\text{Temos: } x(t) = - K_1 \{x(t) - x(t - T)\} (a + j b) \quad (1)$$

Onde o sinal negativo indica que o deslocamento positivo  $x(t)$  (na peça), produz um incremento positivo no elemento da força ( $dP$ ) na direção oposta e  $(a)$  e  $(b)$  são as componentes em fase e em quadratura entre a vibração  $x(t)$  e a força excitadora  $P(t)$ .

Introduzindo a condição

$$\left| \frac{x(t)}{x(t - T)} \right| = 1$$

na equação (1) obtém-se:

$$K_1 = - \frac{1}{2a} \quad \text{e} \quad \tan \theta_1 = \frac{-b}{a + K_1 (a^2 + b^2)}$$

onde  $K_1$  é o coeficiente da espessura do cavaco no limite de estabilidade e  $\theta_1$  fornece as rotações para as quais  $K_1$  possui este valor.

O caso de especial importância para o desenvolvimento dos programas de computador é o caso (2) da análise de Sweeney e Tobias.

Apresentaremos no apêndice (II) suas equações e detalhes.

Knight e Tobias (35) em seu trabalho "Vibrações Torsionais e Estabilidade de Máquina-Ferramenta", investigam e mostram experimentalmente em um modelo simplificado de máquina-ferramenta que: variações na frequência característica do sistema dinâmico da máquina tem pouco efeito sobre o nível de estabilidade. Isto implica que o coeficiente de velocidade para condições de corte vibratórias é menor do que a declividade da curva força estática-velocidade.

Das, Knight e Sadek (36) usando vários modelos de forças dinâmicas na análise da instabilidade de máquinas-ferramenta durante um processo de usinagem, concluem que na presença de vibração um número de parâmetros de corte variam.

Vibrações estas que podem contribuir para o aparecimento das forças em quadratura (i.e. ângulo de saída, ângulo de folga, direção da força de corte etc) sendo a determinação da contribuição de cada parâmetro difícil. Verificaram também que a componente em fase é devida à variação da espessura do cavaco não cortado.

Vários métodos de análise da estabilidade dinâmica em máquinas-ferramenta foram citados.

Knight, Sadek e Tobias (37) descreveram em seu artigo, "Automatic Determination and Digitization of Machine Tool

Frequency Response Data", a determinação automática na forma digital em papel de fita, as respostas em frequência de uma máquina-ferramenta através do uso de um oscilador programado e correlador. O circuito de amplificação de potência usado, em conjunto com excitadores eletromagnéticos, incorpora uma realimentação a fim de manter a fase e amplitude da força excitadora quase constante em toda a faixa de interesse na variação da frequência.

Apesar disto, dificuldades em se testar as máquinas-ferramenta sujeitas a condições dinâmicas são encontradas. Dificuldades estas devido a influências tais como guias, rigidez das juntas, efeitos de amortecimento etc.

Para a utilização de uma máquina-ferramenta com sua total capacidade, é necessário minimizar o trepidamento, o que exige de um completo conhecimento do mecanismo da instabilidade dinâmica.

Assim as máquinas-ferramenta podem ser produzidas com rigidez adequada satisfazendo aos requisitos de seus compradores e tendo um custo mínimo.

### CAPÍTULO III

#### PROCEDIMENTO DOS TESTES EXPERIMENTAIS

### CAPÍTULO III

#### PROCEDIMENTO DOS TESTES EXPERIMENTAIS

##### 3.1. RESUMO:

Neste capítulo são descritos os testes de estabilidade realizados no torno de centro IMOR modelo P-400.

O objetivo dos testes foi determinar o grau de estabilidade da máquina com relação ao fenômeno de trepidamento.

O grau de estabilidade neste estudo é dado pela largura de corte máxima através de dois testes de estabilidade distintos.

- 1 - Testes práticos de usinagem em corte ortogonal para obtenção da carta de estabilidade dinâmica.
- 2 - Testes de vibração para simulação dinâmica do processo de usinagem.

##### 3.2. TESTES PRÁTICOS DE USINAGEM PARA OBTENÇÃO DA CARTA DE ESTABILIDADE DINÂMICA:

###### 3.2.1. Considerações e Características da Máquina-ferramenta.

A característica principal é dada pelas gamas de velocidade para seleção de rotação do eixo-árvore e para os avanços transversal e longitudinal.

Essas gamas são mostradas a seguir:

ROTAÇÕES DO EIXO-ÁRVORE RPM:

<u>GAMA I</u>	<u>GAMA II</u>	<u>GAMA III</u>
37.5 - 75	75 - 150	150 - 75
63 - 125	125 - 250	250 - 125
100 - 200	200 - 400	400 - 200
224 - 450	450 - 900	900 - 450
335 - 710	710 - 1400	1400 - 710
560 - 1180	1180 - 2360	2360 - 1180

AVANÇOS TRANSVERSAIS mm/ROT

<u>GAMA I</u>	<u>GAMA II</u>	<u>GAMA III</u>	<u>GAMA IV</u>
0.086	0.172	0.345	0.690
0.092	0.184	0.370	0.739
0.100	0.199	0.398	0.796
0.108	0.216	0.431	0.862
0.112	0.225	0.450	0.900
0.118	0.235	0.470	0.941
0.129	0.259	0.517	1.035
0.144	0.287	0.575	1.150
0.162	0.323	0.647	1.294

As rotações do eixo-árvore para a Gama I correspondem à potência de 3.75 CV e as gamas (II e III) a uma potência de 7.5 CV.

A gama (I) dos avanços transversais foi escolhida para os testes juntamente com as três gamas de rotação do eixo-árvore.

Para realizarmos os testes dinâmicos na máquina-ferramenta, certas condições de importância foram consideradas.

- 1 - A distância do eixo-árvore ao carro transversal para desenho e fabricação dos suportes de fixação do excitador eletrodinâmico a fim de realizar os testes de vibração para simulação.
- 2 - Fixação dos carros (longitudinal e transversal), durante os testes de simulação, para evitar deslocamentos dos mesmos durante a excitação da força vibratória.
- 3 - O eixo-árvore gira dentro das gamas de velocidades permissíveis, para os testes práticos de usinagem, e em determinada gama, para os testes de simulação rotativa.

### 3.2.2. Testes Práticos de Usinagem:

#### 3.2.2.1. Aparelhagem

Os aparelhos usados nos testes práticos são mostrados na fotografia (2) e sua montagem no diagrama de bloco figura (7).

Abaixo são dadas especificações necessárias.

- (a) - Transdutor de velocidade absoluto electro



-dinâmico, marca Philips, tipo PR 9260.

(b) - Osciloscópio, marca Philips, modelo GM 3156/01.

(c) - Integrador e diferenciador, marca Philips, modelo PR 9250/01.

#### 3.2.2.2. Desenvolvimento dos Testes Práticos de Usinagem

Os testes foram realizados em peças conforme figura (1). O material usado, aço SAE 1020, e a ferramenta de corte de metal duro conforme figura (2). A escolha desses materiais foi feita através de testes preliminares em aço SAE 1045 e a ferramenta de corte de aço rápido.

A ferramenta de aço rápido apresentou desgastes quando testada nos aços SAE 1045 e SAE 1020 para estas velocidades de corte.

Visando obter condições mais uniformes durante os testes de usinagem, optou-se pelo aço SAE 1020, pois devido ao desenvolvimento de temperaturas altas durante os testes, o comportamento do aço SAE 1045 seria um tanto não homogêneo para as gamas de velocidade usada.

A escolha do avanço transversal foi feita testando, em corte ortogonal, duas peças de iguais dimensões para uma mesma rotação do eixo-árvore e taxas de avanços diferentes. Concluiu-se que o avanço transversal (0.086 mm/ROT) a fim de minimizar o efeito da taxa de penetração, seria o adotado no decorrer dos demais testes.

As peças torneadas tiveram uma mesma fixação na

placa, a distância livre da ponta da ferramenta padronizada no porta-ferramentas através de um gabarito padrão. O avanço transversal mentido com o auxílio do automático e assim com o auxílio de lubrificante iniciaram-se os testes.

A largura máxima de corte era medida antes que o corresse o trepidamento.

O trepidamento pôde ser observado pelo osciloscópio pelo movimento do carro transversal com o auxílio do transdutor absoluto de velocidade.

Quando o limite para o trepidamento era atingido, o sinal na tela do osciloscópio aumentava rapidamente a sua amplitude, desligando-se então o avanço transversal automático.

Para cada peça, com a rotação correspondente do eixo-árvore, repetia-se a operação com o cuidado de retirar o material aderido na ferramenta.

Após o término dos primeiros testes, retornaram-se as peças e novas operações de corte e medidas foram feitas nas condições já determinadas. Assim obteve-se o gráfico relacionando a largura limite de corte com a velocidade superficial da peça.

Testes para diferentes condições das fixadas foram realizados, em pares de peças, com o intuito de verificar as diferenças existentes. Os testes foram:

- 1 - Em peças com rotação mais baixa e com diferentes avanços.
- 2 - Peças com dimensões iguais, na mesma rotação e avanço, porém com grau de engastamento na placa diferente.

- 3 - Mesmas dimensões, rotações e conicidades diferentes.
- 4 - Em peças para as rotações de 1.400 e 2.360 rpm.

Problemas relacionados com estes testes serão mencionados no capítulo seguinte.

### 3.3. TESTES DE VIBRAÇÃO PARA SIMULAÇÃO DINÂMICA DO PROCESSO DE USINAGEM:

#### 3.3.1. Aparelhagem

Os aparelhos usados durante os testes de frequência em resposta são mostrados na fotografia (3) e sua montagem de acordo com o diagrama de bloco figura (8).

Abaixo damos as especificações necessárias.

#### (A) APARELHOS DE EXCITAÇÃO:

- 1 - VIBRADOR: Eletrodinâmico modelo PR 9270, marca Philips.
- 2 - AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA: Modelo GM 5535, marca Philips.
- 3 - ANALISADOR DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA:

O analisador digital de função de transferência, modelo JM 1600A da Solartron, é um sistema de análise de resposta em frequência, projetado especialmente para medida do desempenho dinâmico e comportamento dos sistemas e componentes.

O JM 1600A é formado em sua unidade por:

(a) GERADOR DE FUNÇÃO:

É uma fonte de excitação do sistema a ser excitado, a qual é feita dentro de uma faixa de frequência escolhida, no caso de 0.00001 hz até 479.9 hz, por uma saída senoidal através do gerador de frequência.

(b) CORRELADOR DIGITAL:

O correlador capta a componente da onda senoidal fundamental e rejeita os harmônicos e perturbações. Isto é feito multiplicando-se a forma da onda a ser medida por sinais de referência (seno ou cosseno), provenientes diretamente do gerador de função.

(B) APARELHO DE MEDIDA DE FORÇA:

1 - AMPERÍMETRO A.C.:

Marca ENGRO, modelo 70IE 387.

(C) APARELHOS DAS MEDIDAS DE SAÍDA:

1 - TRANSDUTOR CAPACITIVO DE DESLOCAMENTO:

Tipo MM 0004 da Bruel and Kjaer

2 - OSCILOSCÓPIO: Tektronix, tipo 564B, modelo 121N.

### 3.3.2. Desenvolvimento dos Testes de Vibração para Simulação:

A fim de simularmos as forças de usinagem de uma melhor maneira, dividiremos os testes em duas etapas: a primeira com a máquina estacionária e a outra com a mesma girando em três rotações distintas do eixo-árvore.

### 3.3.3. Testes de Simulação Para a Peça Fixa:

A peça, como mostra a figura (3), foi feita nas mesmas medidas das peças dos testes práticos de usinagem e fresada em duas direções ortogonais para possibilitar o uso do transdutor capacitivo de deslocamento de acordo com as suas especificações. Um transdutor de força, conforme figura (6), foi feito baseado em cálculos (2) para controle da força excitadora através de análise do seu comportamento no osciloscópio.

Problemas com os strain-gauges (quebra dos mesmos), ocasionaram a mudança deste sistema para o uso do amplificador de potência mantendo deste modo o controle da força excitadora cuja variação era dada por (Kg/Amp.).

Manteve-se o transdutor de força para possibilitar o acoplamento do pino do excitador até o seu curso médio, com a peça em teste.

Dois suportes feitos para fixação do excitador e letrodinâmico possibilitaram a excitação da peça em duas direções ortogonais, horizontal e vertical. O objetivo das excitações nas direções foi determinar as receptâncias horizontal direta, transversal horizontal-vertical, vertical direta e transversal vertical-horizontal.

Com isto, a receptância transversal (Y/P) da máquina-ferramenta foi determinada, atribuindo-se valores aos ângulos ( $\alpha'$ ) e ( $\beta$ ), conforme apêndices (I e III).

Estes testes foram realizados com a peça fixada em uma mesma posição. A força excitadora, na posição horizontal de excitação, fazia com uma das castanhas da placa um ângulo de trinta graus.

A faixa de frequência usada para os testes foi entre 3 - 479.9 hz. A força excitadora mantinha-se constante através do amplificador de potência. Os deslocamentos captados pelo transdutor capacitivo para cada frequência respectiva, eram transformados em sinais elétricos através do conjunto seguidor de catodo - pré-amplificador - amplificador de medida.

Estes deslocamentos eram lidos em uma das escalas compatíveis, em milivolts, do amplificador de medidas.

Os valores proporcionais às componentes em fase e fora de fase entre deslocamento e força eram lidos no analisador de função de transferência.

Analogamente os testes foram repetidos para a excitação vertical.

Verificou-se, durante os testes, a existência de

uma certa influência da posição de fixação da placa com relação à excitação da mesma em diferentes posições.

#### 3.3.4. Testes de Simulação Para a Peça Rotativa:

A peça, de acordo com a figura (4), foi utilizada para os testes de simulação rotativo.

Entretanto, esta peça apresentou problemas, ao ligar o torno notou-se um empenamento no eixo por não ter sido usado na própria máquina.

Para rotações do eixo-árvore acima de 100 rpm vibração aparecia no rolamento. O empenamento e a vibração foram constatados com o uso de um deflectômetro. Então, uma nova peça foi feita conforme figura (5), com um rolamento de esfera (fita simples) contato angular de meio encosto, número 7210TB. O eixo construído no próprio torno a fim de se evitar o empenamento e descentralização. Após isto, o rolamento foi colocado na extremidade do eixo com o auxílio do cabeçote móvel e contraponto. Adaptou-se um anel na parte externa do rolamento, com a finalidade de dar uma pré-carga, mantendo-o fixo através do contraponto rotativo. Deste modo deu-se uma boa rigidez ao conjunto e as folgas diminuíram para a ordem de 1/100 mm.

A fixação do excitador no conjunto eixo-rolamento foi feita com o auxílio de um anel, fresado em duas direções ortogonais, como mostra a figura (5). A montagem dos aparelhos idêntica aos testes realizados com a peça fixa (realizou-se testes para determinação dos erros introduzidos pelo rolamento com a máqui-

-na estacionária) e a escolha da gama de rotação do eixo-árvore sendo de 63,250 e 710 rpm.

Após os testes de excitação horizontal para a rotação de 63 rpm, os demais testes foram suspensos, em virtude da possível presença de folgas nos mancais do eixo-árvore, ou desbalanceamento de engrenagens. Os deslocamentos captados pelo amplificador de medida correspondiam às possíveis vibrações próprias do eixo-árvore mesmo quando da não atuação da força excitadora. Portanto, a mesma não apresentava influência nos resultados.

As figuras (15) e (16) ilustram as receptâncias horizontal-direta e transversal horizontal-vertical para a rotação do eixo-árvore de 63 rpm.

A importância destes testes rotativos era possibilitar a eliminação do efeito da posição da placa.



## CAPÍTULO IV

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

## CAPÍTULO IV

Neste capítulo não pretendemos realizar uma explanação longa dos resultados práticos e teóricos, mas simplesmente, através de comentários e sugestões, objetivar a análise desenvolvida nos capítulos anteriores.

Os programas para computação digital foram programados de tal modo que com simples troca de cartões de dados e um de comando, podem ser obtidos os resultados correspondentes ao traçado da carta de estabilidade teórica para todos os graus de liberdade da máquina.

Todavia, nenhuma ressalva deve ser feita quanto ao programa para o cálculo da receptância transversal da máquina.

Os programas apresentados estão formulados em linguagem FORTRAN IV e foram processados em computador IBM 1130 com 32K de memória do NCE/UFRJ.

### 4.1. DISCUSSÕES E COMENTÁRIOS:

Para os testes práticos de usinagem determinamos as regiões de instabilidade para uma faixa de rotações do eixo-árvore de 37.5 até 1180 rpm.

Porém, problemas foram encontrados, sem que trepidamento ocorresse, para as rotações de 1400 e 2360 rpm. Estes problemas apresentaram como característica a diminuição de rotação do eixo-árvore, até sua total paralização, quando uma largura de corte correspondente a (5.0 mm) era obtida.

A fim de analisarmos de uma melhor maneira, estes problemas, novas peças foram testadas, tomando-se o cuidado de observar não só o comportamento do eixo-árvore bem como o conjunto motor - caixa de velocidades e eixo-árvore da máquina.

Concluiu-se que quando a largura de corte dada a cima era atingida, havia uma paralização do motor da máquina, mostrando assim uma insuficiência de potência para as rotações e largura de corte especificadas.

Durante os testes de vibração para simulação dinâmica do processo de usinagem, testes estacionários com e sem o rolamento mostraram que o rolamento introduzia erros desprezíveis e certamente menores do aqueles causados pelas diferentes posições angulares da placa.

Para estabelecermos se o rolamento introduziria erros de significância nos resultados ou não, testes foram realizados nas peças das figuras (3) e (5), respectivamente, com o eixo-árvore estacionário.

Durante estes testes verificou-se que diferentes posições da placa afetariam os resultados quando da excitação em linha ou entre castanhas.

Isto é devido ao sistema eixo-árvore e placa apresentar maior rigidez dinâmica na direção vertical do que na direção horizontal.

Para verificarmos como as influências das diferentes posições da placa afetariam as características da máquina, testes rotativos seriam efetuados com a peça da figura (5) para diversas rotações do eixo-árvore. Estes testes foram suspensos como

vimos no item 3.3.4. do Capítulo III.

A diferença encontrada entre as receptâncias transversais horizontal-vertical e vertical-horizontal é explicada por Tobias (19).

Discutiremos ainda a obtenção da carta de estabilidade teórica.

Na obtenção da carta de estabilidade teórica consideramos as regiões de instabilidade correspondentes a todos os modos de vibração da máquina. Contudo as regiões de instabilidade para o primeiro e segundo modo de vibração são as regiões de maior interesse tecnológico (devido a maiores possibilidades de ocorrência), além de que são as que oferecem resultados mais confiáveis para uma melhor análise entre as estabilidades teórica e prática.

Salienta-se que vários valores de  $(C)$  na faixa de  $.8 \times 10^{-3}$  a  $2 \times 10^{-3}$ , foram usados (2) e que variações da função  $(\theta)$  não foram encontradas.

Explica-se pelo fato dos suportes, simulando o porta-ferramentas, apresentarem um bom grau de rigidez.

Comentam-se ainda aqui três casos:

- 1 - Comparação direta entre os gráficos prático e teórico poderia ser feita desde que a teoria desenvolvida por autores, possibilitasse a obtenção de uma carta de estabilidade teórica relacionando largura de corte e velocidade superficial de corte, ao invés da deduzida, que relaciona o coeficiente da espessura do cavaco e rotação do eixo-árvore.

certa semelhança com cartas de estabilidade traçadas por Knight.

- 2 - A comparação direta entre a carta experimental obtida e a teórica usada, poderia ter sido feita se as peças testadas tivessem uma forma geométrica tal que a velocidade superficial de corte, antes e depois do trepidamento, fosse a mesma.
- 3 - Possibilidade de um estudo com o objetivo de se obter carta de estabilidade prática, dentro de uma faixa padrão que depende da geometria da ferramenta, material e geometria da peça, posição de componentes da máquina e influencia da direção da força de corte, etc. Esta carta poderia ser empregada pelas indústrias, podendo assim apresentar aos seus clientes um comportamento dinâmico da máquina a ser comprada.

#### 4.2. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Vamos aqui considerar primeiramente os resultados práticos, obtidos quando da realização de testes em faces de peças, citados no capítulo anterior, página (49).

Os testes (1), (2) e (3) apresentaram resultados na largura de corte quando ocorria o trepidamento, com diferença de 6% dos testes padronizados. O teste de número (4) foi mencionado no item 4.1. deste capítulo.

A carta de estabilidade prática obtida possui certa semelhança com cartas de estabilidade traçadas por Knight.

Os pontos estáveis e instáveis correspondem, respectivamente, ao início e termino da operação de corte quando ocorria o fenômeno de trepidamento. Do ponto de vista prático a carta de estabilidade traçada fornece uma pequena largura máxima de corte, da ordem de 0,15cm, que possibilita o uso de toda a gama de rotações do eixo-árvore sem que ocorra o trepidamento.

Esta carta de estabilidade é válida para todas as peças de mesma ou maior conicidade do que as usadas nos testes práticos.

As curvas lobuladas foram traçadas ligando-se os pontos instáveis. As aproximações das curvas lobuladas foram feitas por meio da curva tangencial e da assintótica.

A forma lobulada é explicada por Tobias (19) quando dois sinais senoidais se interferem e formam os lobulos ao invés de outra forma geométrica qualquer.

Analizando os valores teóricos, obtidos para a variação da espessura do cavaco e para a componente máxima negativa em fase da receptância, para o ângulo ( $\beta = 60^\circ$ ), verificamos uma boa aproximação para a curva de estabilidade incondicional da estrutura.

Os gráficos da receptância transversal da máquina mostraram que para as diferentes direções do ângulo da força de corte obtêm-se praticamente os mesmos valores numéricos para a componente máxima em fase negativa.

Concluindo deste modo que as variações da direção da força de corte afetam de modo insignificante a resposta em freqüência da máquina.

A largura de corte máxima teórica para corte estável, está aproximadamente 50% abaixo da largura de corte obtida experimentalmente.

Esta largura teórica foi determinada utilizando-se os valores teóricos da componente máxima negativa em fase da receptância e o valor prático da relação  $K_1^*/b$ , utilizando-se a expressão:

$$b_{\text{máx}} = \frac{1}{2G \frac{K_1^*}{b}}$$

A discrepância entre as larguras de corte teórica e prática é devida ao valor aproximado  $K_1^*/b$ , ou do valor de (R) e da influência dos coeficientes  $K_c$  e  $K_s$  e do índice de usinabilidade universal D.

A relação entre as cartas de estabilidade prática e teórica, pode ser obtida através do valor de  $b_{\text{máx}}$  determinado. Este valor é calculado para o valor de ( $K_1$ ) que define a região incondicional de corte. Portanto é somente necessário transformar os demais valores de  $K_1$  para aqueles da largura de corte correspondente. Assim a escala que define ( $K_1$ ), dada em (Kg/mm) será transformada para (mm) definindo a largura de corte.

As receptâncias transversais obtidas para a máquina nos permitem analisar o amortecimento, a rigidez e massa, quando o primeiro modo de vibração da estrutura é considerado.

Para definirmos o grau de estabilidade da máquina testada, testes em máquinas similares ou não e de capacidade aproximada devem ser feitos. Obtidos os respectivos resultados, com comparações diretas poderão ser feitas especificando, deste modo, o

grau de estabilidade e características dinâmicas da máquina desejada.

#### 4.3. SUGESTÕES

Para que pesquisas futuras sejam feitas, descrevemos aqui dois assuntos de interesse:

- (a) - Utilizando os programas para obtenção da carta de estabilidade teórica, desenvolver um estudo atribuindo uma faixa de valores para (C) a fim de determinar a variação das curvas tangenciais da carta de estabilidade. Para tal é necessário realizar os testes práticos de determinação de (C), obtendo deste modo a taxa de variação destas curvas.
- (b) - Fazer um estudo sobre o comportamento dos pontos soluções da equação transcendental para os valores das soluções próximas do eixo ( $\theta_1$ ). Isto porque esses valores apresentam grandes discrepâncias quando comparados com aqueles para as curvas afastadas do eixo.



NOMENCLATURA:

SÍMBOLO

DEFINIÇÃO:

$R$	Força resultante na ferramenta
$F_c$	Força de corte
$F_t$	Força de avanço
$F_s$	Força cisalhante no plano de cisalhamento
$F_n$	Força normal ao plano de cisalhamento
$F$	Força de atrito na superfície de saída da ferramenta
$N$	Força normal na superfície de saída da ferramenta
$\phi$	Ângulo de cisalhamento
$\beta_1$	Ângulo médio de atrito
$\alpha$	Ângulo de saída da ferramenta
$e_2$	Espessura do cavaco
$e_1$	Espessura do cavaco não deformado
$S_s$	Tensão cisalhante
$S_n$	Tensão normal
$S_o$	Valor de ( $S_s$ ) quando ( $S_n$ ) é nulo
$K^*$	Constante
$C_1$	Constante de usinagem
$\theta^*$	Ângulo que depende do tamanho da aresta postiça de corte
$f$	Coefficiente de atrito

SÍMBOLODEFINIÇÃO:

$\eta$	Ângulo de desvio
$W_1$	Energia por unidade de tempo
$W_2$	Energia de atrito
$\lambda$	Ângulo formado pela força resultante de usinagem e o plano de cisalhamento
$K_c$	Declividade da reta representando a variação de $F_c$
$K_s$	Declividade da reta representando a variação de $F_s$
$D$	Índice Universal de Usinabilidade
$\chi$	Ângulo de posição da ferramenta
$\bar{X}$	Amplitude de vibração
$P$	Componente variável da força de usinagem
$Y$	Amplitude da superfície ondulada, produzida pelos cortes subseqüentes
$Y_o$	Amplitude da superfície ondulada, produzida no corte precedente
$r$	Coefficiente de acoplamento
$R$	Coefficiente que depende da velocidade de corte, geometria da ferramenta, etc
$b$	Largura de corte
$X$	Deflexão da estrutura no seu modo (X) de vibração
$F(\omega)$	Função qualquer da freqüência

SÍMBOLODEFINIÇÃO:

$\alpha_k$	Ângulo entre o (X) modo de vibração e a normal à superfície de corte
$\psi$	Deslocamento de fase entre a componente da força dinâmica e a espessura instantânea do cavaco
$dP$	Incremento da força de corte
$K_1$	Coeficiente da espessura do cavaco
$K_2$	Coeficiente da Taxa de avanço
$K_3$	Coeficiente da taxa de velocidade
$s_o$	Avanço
$\Omega$	Velocidade angular da peça ou da ferramenta
$Z$	Número de arestas de corte
$Z_c$	Número de arestas de corte simultâneas
$x(t)$	Vibração na direção do avanço no tempo $t$
$x(t-T)$	Vibração na direção do avanço no tempo $(t-T)$
$\mu$	Fator de sobreposição
$P(t)$	Força excitadora
$\theta$	Ângulo de fase entre os vetores $x(t)$ e $x(t-T)$
$\beta$	Ângulo entre a força de corte e a normal à superfície de corte
$dP_s$	Incremento da força de corte na direção paralela à superfície de corte
$dP_r$	Incremento da força de corte na direção normal à superfície de corte
$C=K/K_1$	Fator da taxa de penetração
$K$	Coeficiente da taxa de penetração

SÍMBOLODEFINIÇÃO:

a	Parte real da receptância transversal da máquina
b	Parte imaginária da receptância transversal da máquina
c	Parte real da receptância direta da máquina
d	Parte imaginária da receptância direta da máquina
$\omega$	Frequência de trepidamento
N	Velocidade de rotação da peça ou do eixo-árvore
$K_1^*$	Rigidez direcional de corte.

# BIBLIOGRAFIA

1. Evans, M.C., An Investigation into the influence of Tool Geometry on the Dynamic Stability of Metal Cutting, M. Sc. Thesis, Victoria University of Manchester, 1967.
2. Bailey, J.A., e Boothroyd, G., Critical Review of Some Previous Work of the Metal-Cutting Process, Trans. A.S.M.E., V. 90(1) fev. 68, pág. 54-62.
3. Kobayashi, S., e Thomsen, E.G., Some Observations on the Shearing Process in Metal Cutting, Trans. A.S.M.E., V. 81(3) ag. 69, pág. 251-262.
4. Chao, B.T., e Trigger K.J., Controlled Contact Cutting Tools, Trans. A.S.M.E., V. 81(2) maio 59, pág. 139-151.
5. Ferraresi, D., Fundamentos de Usinagem dos Metais, Edgard Blucher Ltda., São Paulo, 1970.
6. Eggleston, D.M., Herzog R., e Thomsen E.G., Observations On the Angle Relationships in Metal Cutting, trans. A.S.M.E., V. 81(3) ag. 59, pág. 263-279.
7. Rubenstein, C., A Simple Theory of Orthogonal Cutting, Int. J.M.T.D.R., Vol. 4, pág. 123-156, 1965.
8. Nakayama, K., e Tamura, K., Size Effect in Metal - Cutting Force, Trans. A.S.M.E., V. 90(1) fev. 68, pág. 119-126.
9. Banerjee, H. e Palmer, W.B., Metal Cutting With - A Discontinuous Chip, Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 405-

-419, 1965.

10. Das, M.K. e Tobias, S.A., Statistical Basis of The Universal Machinability Chart, 6<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 719-724, 1965.
11. P.E.R.A. of Great Britain, Design and Use of Centre Lathes., May, 1950.
12. Fenton, R.G. e Oxley, P.L.B., Predicting Cutting Forces at Super High Cutting Speeds From Work Material Properties and Cutting Conditions, 8<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 247-258, 1967.
13. Vaugh, R.L., Modern Metals Machining Technology, Trans. A.S.M.E., nº 65, pág. 65-70, 1966.
14. Bhattacharyya, A., e Ham, I., Analysis of Tool Wear, Trans. A.S.M.E., V. 90(3) ag. 69, pág. 790-798.
15. Takeyama, H., e ONO, T. Basic Investigation of Built - Up - Edge, Trans. A.S.M.E., V. 90(2) maio 68, pág. 335-342.
16. Olberts, D.R., A Study of the Effects of Tool Flank Wear on Tool Chip Interface Temperature, Trans. A.S.M.E., V. 81 - maio 59, pág. 152-158.
17. Lisitsyn, N., Gavryushin, A., Trifonov, O., e Kudryashov, A., Machine Tool Design, Vol. III, 1968.
18. Lisitsyn, N., Gavryushin, A., Trifonov, O., e Kudryashov, A., Machine Tool Design, Vol. IV, 1968.
19. Tobias, S.A., Machine Tool Vibrations, Blackie, 1965.
20. Manley, R.G., Waveform Analysis, Chaplin e Hall.

21. Tweedie, J., Vibrations in a Horizontal Milling Machine, N.E.L Report n° 207, 1965.
22. Ro, M. Dr., The Magnetic Exciter as Applied to Active Damping of Machine Tools, 9<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 621-633, 1968.
23. Den. Hartog, J.F., Mechanical Vibrations, McGraw-Hill Co., 1956.
24. Gurney, J.P. e Tobias, S.A., A Graphical Method for the Determination of the Dynamic Stability of Machine Tools, Int. J. M.T.D.R., Vol. 1, pág. 148-156, 1961.
25. Hahn, R.S., Metal Cutting Chatter and its Elimination, Trans. A.S.M.E., V. 75, pág. 1073-1080, 1953.
26. Cook, N.H., Self-Excited Vibrations in Metal Cutting, Trans. A.S.M.E., V.81, maio 59, pág. 183-189.
27. Wallace, P.W. e Andrew, C., Machining Forces: Some Effects of Tool Vibration, J. M.E.S., Vol. 7, n°12, pág. 152-162, 1965.
28. Weller, E.J., Schrier, H.H. e Weichbrodt, B jorn., What Sound Can be Expected From a Worn Tool, Trans. A.S.M.E., V. 91(3) ag. 69, pág. 525-534.
29. Sweeney, G., Vibration of Machine Tools, Machinery Publishing Co. LTD., 1971.
30. Koenigsberger, F. e Tlustý, J., Machine Tool Structure, Vol.1, 1<sup>a</sup> ed., 1970.
31. Tobias, S.A. e Fishwick, W., Theory of Regenerative Machine Tool Chatter, Engineer, Vol. 205, 1958.

32. Knight, W.A., Application of the Universal Machinability Chart to the Prediction of Machine Tool Stability, Int. J. M.T.D.R., Vol. 8, pág. 1-14, 1968.
33. Gurney, J.P. e Tobias, S.A., A Graphical Method to the Determination of the Dynamic Stability of Machine Tools, Int. J. M.T.D.R., Vol. 1, pág. 148 - 156, 1961.
34. Sweeney, G. e Tobias, S.A., Survey of Basic Machine Tool Chatter Research, Int. J. M.T.D.R., Vol. 9, pág. 217-238, 1969.
35. Knight, W.A. e Tobias, S.A., Torsional Vibrations and Machine-Tool Stability, 10<sup>th</sup> M.T.D.R. Conf. Man., pág. 299-323, 1969.
36. Das, M.K., Knight, W.A. e Sadek, M.M., A Critical Assessment of Cutting Force Models in the Analysis of Machine Tool Stability, 11<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man. pág. 01-017, 1970.
37. Knight, W.A., Sadek, M.M. e Tobias, S.A., Automatic Digitization of Machine-Tool Frequency Response Data, 11<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Manc. pág. 001 - 013, 1970.
38. Doi, S., e Kato, S., Chatter Vibrations of Lathe Tools, Trans. A.S.M.E., Vol. 78, pág. 1127-1133, 1956.
39. Salje, E., Self-Excited Vibrations of Systems With two-degrees of Freedom, Trans. A.S.M.E., Vol. 78, pág. 737-748, 1956.

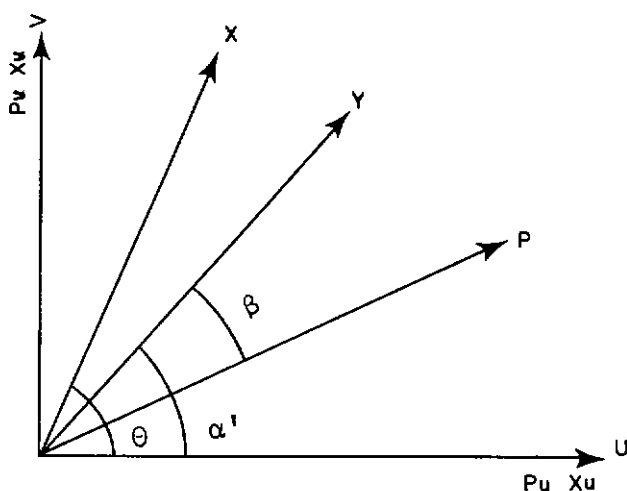


## APÊNDICE I

### DEDUÇÃO DA RECEPTÂNCIA TRANSVERSAL (Y/P)

Para se obter a receptância transversal da estrutura de uma máquina-ferramenta entre a normal à superfície de corte (Y) e a direção da força dinâmica (P), é somente necessário as receptâncias direta e transversal em duas direções convenientemente perpendiculares.

Vamos considerar as direções perpendiculares como sendo horizontal e vertical e a direção da normal à superfície de corte e da força de corte, de acordo com a figura abaixo.



Considerando a força aplicada à estrutura, as componentes nas direções (u) e (v) serão:

$$P_u = P \cos (\alpha' - \beta) \quad (1)$$

$$P_v = P \sin (\alpha' - \beta) \quad (2)$$

Levando-se em conta que a estrutura vibra segun-

-do o seu (X) modo, os deslocamentos nas direções (u) e (v) serão:

$$X_u \cos \alpha' \quad \text{e} \quad X_v \sin \alpha'$$

A contribuição total na direção normal à superfí-  
cie de corte será:

$$Y = X_u \cos \alpha' + X_v \sin \alpha' \quad (3)$$

Aplicando somente a força  $P_u$  na direção (u) e  
posteriormente  $P_v$  na direção (v) temos:

$$X_u = P_u \cos^2 \theta F(\omega) \quad (4)$$

$$X_v = P_v \sin \theta \cos \theta F(\omega)$$

$$X_v = P_v \sin^2 \theta F(\omega) \quad (5)$$

$$X_u = P_u \sin \theta \cos \theta F(\omega)$$

Agrupando as equações (1); (2); (3); (4) e

(5) temos:

$$Y = P \cos (\alpha' - \beta) \{ \cos^2 \theta \cos \alpha' F(\omega) + \\ + \cos \theta \sin \theta \sin \alpha' F(\omega) \} + P \sin (\alpha' - \beta) \\ \{ \sin^2 \theta \sin \alpha' F(\omega) + \cos \theta \sin \theta \cos \alpha' F(\omega) \}$$

∴

$$\frac{Y}{P} = \frac{X_u}{P_u} \cos (\alpha' - \beta) \cos \alpha' + \frac{X_v}{P_v} \\ \sin (\alpha' - \beta) \sin \alpha' + \cos (\alpha' - \beta) \\ \cos \theta \sin \theta F(\omega) \sin \alpha' + \sin (\alpha' - \beta) \\ \cos \theta \sin \theta F(\omega) \sin \alpha'$$

Ainda

$$\frac{Y}{P} = \frac{X_u}{P_u} \cos (\alpha' - \beta) \cos \alpha' + \frac{X_v}{P_v}$$

$$\sin(\alpha' - \beta) \sin \alpha' + \frac{X_u}{P_v} \cos(\alpha' - \beta)$$

$$\sin \alpha' + \sin(\alpha' - \beta) \cos \alpha'$$

$$U_u = \cos(\alpha' - \beta) \cos \alpha'$$

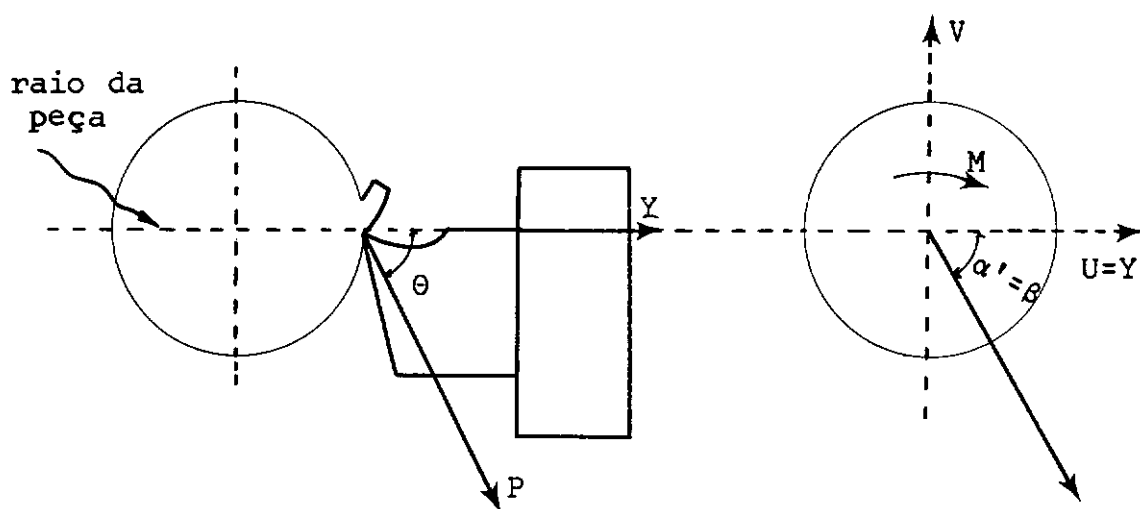
$$U_v = \sin(\alpha' - \beta) \sin \alpha'$$

$$U_c = \sin(2\alpha' - \beta)$$

os fatores direcionais, teremos:

$$\begin{aligned} \text{Receptância transv. } (Y/P) = & (\text{Receptância direta na direção } u) U_u + \\ & + (\text{Receptância direta na direção } v) U_v + \\ & + (\text{Receptância transv. na direção } u/v) U_c \end{aligned}$$

Deve-se ressaltar que no caso dos testes realizados no torno, as considerações seguintes devem ser notadas na dedução da receptância transversal (Y/P).



Na transferência da força P da aresta de corte (e superfície da peça) para o centro da peça, o momento (M) necessário para tal é um tanto desprezível, pois o mesmo produz uma variação de carga no eixo para o grau de aproximação usado, dificilmente afeta as características dinâmicas essenciais do problema.

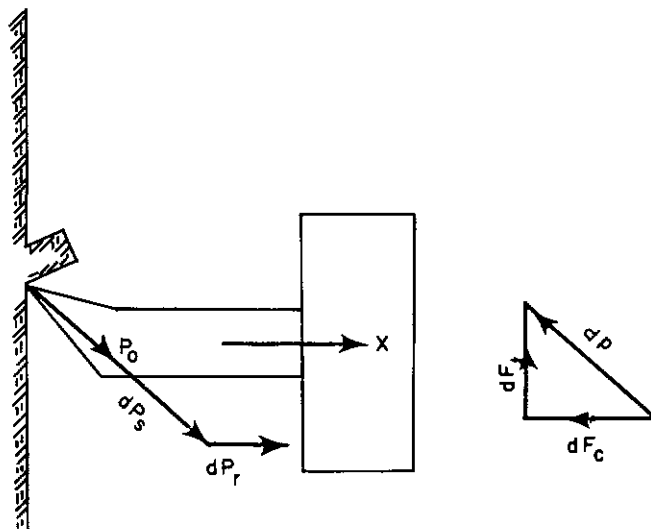
Para os cálculos numéricos da receptância trans-

-versal (Y/P) foi usado um programa de computador, ver apêndice III.

## APÊNDICE II

### DEDUÇÃO DAS CONDIÇÕES NO LIMITE DE ESTABILIDADE

#### EFEITO DA TAXA DE PENETRAÇÃO



Consideramos o caso em que a componente da taxa de penetração da força de corte  $dP_r$  está na direção da normal à superfície de corte, enquanto a variação da espessura do cavaco devido à força de corte  $dP_s$ , apresenta-se na mesma direção que a componente da força de corte estática  $P_0$ .

A variação dinâmica total da força de corte será:

$$dP = dP_r + dP_s$$

No caso da ferramenta monocortante:

$$dP_s = K_1 \{x(t) - x(t - T)\}$$

$$dP_r = i \frac{2\pi\omega}{\Omega} K_1 C x(t)$$

A resposta do sistema na direção (X) devido a  $dP_s$  será:

$$x_s = - K_1 \{x(t) - \mu x(t - T)\} (a + ib)$$

onde  $(a + ib)$  é a receptância transversal da estrutura entre as direções consideradas. A resposta da estrutura na direção (X) devido a  $dP_r$ , agindo normal à superfície usinada é dada por:

$x_r = - i \frac{2\pi\omega}{\Omega} K_1 C x(t) \{c + id\}$ , onde  $(c + id)$  é a receptância direta.

Portanto, a resposta total  $x(t)$  da aresta de corte na direção normal à superfície usinada devido a força de corte  $dP$  será:

$$x(t) = x_s + x_r$$

$$\therefore \begin{aligned} - x(t) &= K_1 \{ \{x(t) - \mu x(t - T)\} (a + ib) \\ &+ \{i \frac{2\pi\omega}{\Omega} C x(t)\} (c + id) \} \end{aligned}$$

ainda:

$$\begin{aligned} K_1 \mu x(t - T) \{c + id\} &= x(t) \{1 + K_1 (a + ib) + \\ &+ i \frac{2\pi\omega}{\Omega} K_1 C (c + id)\} \end{aligned}$$

Introduzindo a condição do limite de estabilidade de  $\frac{x(t - T)}{x(t)} = 1$ , na equação acima, o valor da variação do coeficiente da espessura do cavaco ( $K_1$ ) no limite de estabilidade será:

$$K_1 = \frac{1}{(a - \frac{2\pi\omega}{\Omega} Cd) \pm \{a^2 - (\frac{2\pi\omega}{\Omega} Cc)^2 - (\frac{4\pi\omega}{\Omega} Cbc) - (a^2 + b^2)(1 - \mu^2)\}^{1/2}} \quad (1)$$

Para os cálculos de  $K_1$  como função da velocidade

de rotação N, a equação do ângulo de fase entre os vetores  $x(t-T)$  e  $x(t)$  será:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\frac{2\pi\omega}{\Omega} K_1 C (ac + bd) - b}{a - \frac{2\pi\omega}{\Omega} K_1 C (ad - bc) + K_1 (a^2 + b^2)} \quad (2)$$

Para se obter as cartas de estabilidades teóricas, a combinação entre as equações (1) e (2) forma:

$$\frac{C(ac+bd) \theta + b(a-Cd \theta) - b \sqrt{a^2 - 2bcC \theta - (Cc \theta)^2}}{-C(ad-bc) \theta + (a^2 + b^2) - a(a-Cd \theta) + a \sqrt{a^2 - 2bCc\theta - (Cc \theta)^2}} \quad (3)$$

Considerando que:

$$F' = Cd$$

$$G = a^2 - (a^2 + b^2) (1 - \mu^2)$$

$$J = 2 Cbc$$

$$H = Cc$$

$$L = C(ac+bd)$$

$$N' = a^2 + b^2$$

$$M = C(ad-bc)$$

as equações (1) e (3) tomam as seguintes formas:

$$K_1 = \frac{1}{-(a-F'\theta) \pm \sqrt{G - J \theta + (H \theta)^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{L\theta + b(a - F\theta) - b \sqrt{G - F'\theta - (H\theta)^2}}{-M\theta + N' + (F\theta - a) + a \sqrt{G - F'\theta - (H\theta)^2}}$$

Esta equação transcendental foi resolvida através da interseção das curvas:

(1)  $\tan \theta \times \theta$

(2) função  $\theta \times \theta$

Os pontos de interseção dão as soluções da equação para os valores de  $\theta$ (rad) nos quais o limite de estabilidade seria atingido durante a operação de usinagem.

Os dados para solução da equação transcendental são obtidos da receptância transversal e da receptância horizontal direta, na forma de a, b e c, d para as componentes real e em quadratura, respectivamente, para cada frequência ( $\omega$ ) correspondente. Vários valores para C foram estimados.

Das várias soluções da equação transcendental com os valores de ( $\theta$ ) obtêm-se os vários valores de  $K_1$  (equação 1) e daí os pontos para obtenção da carta de estabilidade plotados.



PROGRAMAS DE COMPUTADOR

APÊNDICE IIIPROGRAMAS DE COMPUTADOR

- 1 - Cálculo da receptância transversal da máquina para três valores distintos do ângulo ( $\beta$ ).
- 2 - Solução gráfica da equação transcendental.
- 3 - Cálculo dos valores de  $K_1$  e das rotações N (rpm) e traçado do gráfico ( $K_1 \times N$ ) para todos os graus de liberdade da máquina.
- 4 - Cálculo dos valores de  $K_1$  e das rotações N (rpm) e traçado do gráfico ( $K_1 \times N$ ) para o primeiro grau de liberdade da máquina.

```

*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
*IOCS(2501READER,1403PRINTER)
C CALCULO DA RECEPANCIA TRANSVERSAL DA MAQUINA
C ESTE PROGRAMA USA AS SEGUINTE FORMULAS
C       $P = A \cdot \cos(\text{ALFA} - \text{BETA}) \cdot \cos(\text{ALFA}) + C \cdot \sin(\text{ALFA} - \text{BETA}) \cdot$ 
C       $\sin(\text{ALFA}) + M \cdot \sin(2 \cdot \text{ALFA} - \text{BETA})$ 
C       $Q = B \cdot \cos(\text{ALFA} - \text{BETA}) \cdot \cos(\text{ALFA}) + D \cdot \sin(\text{ALFA} - \text{BETA}) \cdot$ 
C       $\sin(\text{ALFA}) + N \cdot \sin(2 \cdot \text{ALFA} - \text{BETA})$ 
C CASO PARTICULAR ALFA=BETA
  DIMENSION AX(10),P(100,10),Q(100,10),A(100),
    *B(100),C(100),D(100),XM(100),XN(100),W(100)
  READ(8,9) (AX(I),I=1,3)
  9 FORMAT(3F5.1)
  READ(8,10)(W(I),A(I),B(I),C(I),D(I),XM(I),
    *XN(I),I=1,87)
  10 FORMAT(7F10.3)
  WRITE(5,17)
  17 FORMAT('1',35X,'COMPONENTES EM FASE E FORA DE FASE' )
  WRITE(5,18)
  18 FORMAT('/',47X,'ALFA(1)=60GRAUS',5X,'ALFA(2)=
    *45GRAUS',5X,'ALFA(3)=75GRAUS')
  WRITE(5,19)
  19 FORMAT('///',5X,'W',7X,'A',10X,'B',10X,'C',10X,
    *'D',10X,'M',10X,'N',7X,'P(1)',3X,'Q(1)',
    *3X,'P(2)',3X,'Q(2)',3X,'P(3)',3X,'Q(3)')
  PI=3.1415
  DO 30 I=1,87
  DO 30 J=1,3
    AX(J)=PI*AX(J)/180.
    P(I,J)=A(I)*COS(AX(J))+XM(I)*SIN(AX(J))
    Q(I,J)=B(I)*COS(AX(J))+XN(I)*SIN(AX(J))
  30 CONTINUE
  WRITE(5,20)(W(I),A(I),B(I),C(I),D(I),XM(I),
    *XN(I),P(I,1),Q(I,1),P(I,2),Q(I,2),P(I,3),
    *Q(I,3),I=1,87)
  20 FORMAT(/,3X,F5.1,2X,6F10.5,2X,6F7.3)
  CALL EXIT
  END

```

```

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
C
C      SOLUCAO GRAFICA DA EQUACAO TRANSCENDENTAL
C
      DIMENSION FUNC(150),A(30),B(30),C(30),D(30)
      DIMENSION TAN(20)
      N=3630
      CM=0.002
      NN=28
      READ(8,1)(A(I),B(I),C(I),D(I),I=1,NN)
1  FORMAT(2F7.3,2F10.5)
      DO 3 I=1,9
      M=I-1
      TETA=10.*FLOAT(M)*3.141592/180.
      TAN(I)=SIN(TETA)/COS(TETA)
3  CONTINUE
      DO 5 I=11,19
      M=I-1
      TETA=10.*FLOAT(M)*3.141592/180.
      TAN(I)=SIN(TETA)/COS(TETA)
5  CONTINUE
C      ESCALAS
      CALL SCALF(1./9.,6./3.,1.,0.)
C      TRACADO DOS EIXOS
      CALL FGRID(0,1.,0.,9.,40)
      CALL FGRID(1,1.,0.,0.5,6)
      CALL FGRID(3,1.,0.,0.5,6)
C      TRACADO DE PARALELAS AO EIXO DOS Y
      DO 9 I=10,352,18
      AA=FLOAT(I)
      CALL FGRID(1,AA,0.,3.,1)
      CALL FGRID(3,AA,0.,3.,1)
9  CONTINUE
      K=0
      N1=1
      N2=8
      CALL FPLOTT(-2,1.,0.)
10 DO 11 I=N1,N2
      L=I-K*18
      X=FLOAT(I)
      Y=TAN(L)
11 CALL FPLOTT(0,X,Y)
      M=N2+4
      N1=N2+4
      AA=FLOAT(M)
      M=M-K*18

```

```

      CALL FPLOTT(1,AA,TAN(M))
      CALL FPLOTT(-2,AA,TAN(M))
      N2=N1+7
      DO 13 I=N1,N2
      L=I-K*18
      X=FLOAT(I)
      Y=TAN(L)
13  CALL FPLOTT(0,X,Y)
      K=K+1
      IF(K-19)20,20,25
20  N1=N2
      N2=N1+7
      GO TO 10
25  CALL FPLOTT(1,1.,0.)
      DO 60 I=1,NN
      F=CM*D(I)
      G=A(I)**2
      XJ=2*CM*B(I)*C(I)
      H=CM*C(I)
      XL=CM*(A(I)*C(I)+B(I)*D(I))
      XN=A(I)**2+B(I)**2
      XM=CM*(A(I)*D(I)-B(I)*C(I))
      KTETA=0
      DO 30 ITETA=30,N,30
      M=ITETA-30
      KTETA=KTETA+1
      TETA=FLOAT(M)*3.141592/180.
      RQ=SQRT(G-XJ*TETA-H*TETA*H*TETA)
      XNUM=XL*TETA+B(I)*(A(I)-F*TETA)-B(I)*RQ
      DENOM=XN-XM*TETA-(A(I)-F*TETA)+A(I)*RQ
      FUNC(KTETA)=XNUM/DENOM
30  CONTINUE
      WRITE(5,35)(FUNC(J),J=1,KTETA)
35  FORMAT(////,5(2X,E14.7,8X))
      CALL FPLOTT(0,1.,FUNC(1))
      CALL FPLOTT(-2,1.,FUNC(1))
      DO 40 J=1,KTETA
      JJ=3*J
      X=FLOAT(JJ)
      Y=FUNC(J)
40  CALL FPLOTT(0,X,Y)
      CALL FPLOTT(1,1.,0.)
60  CONTINUE
      CALL EXIT
      END

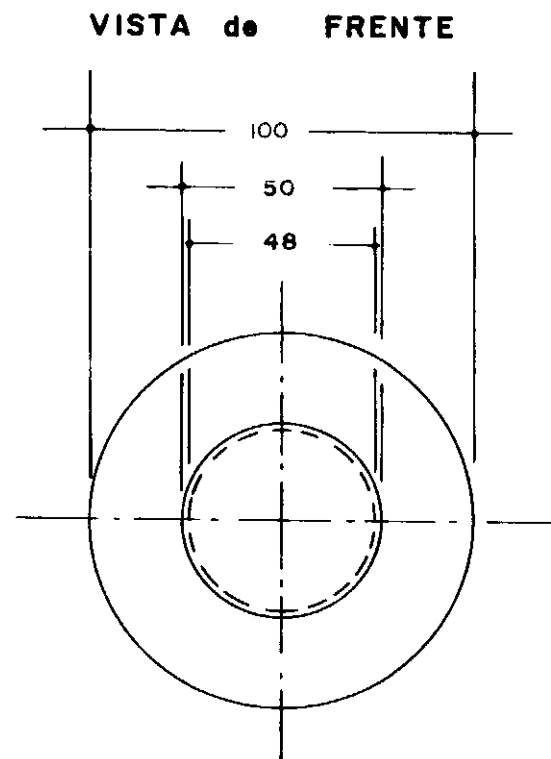
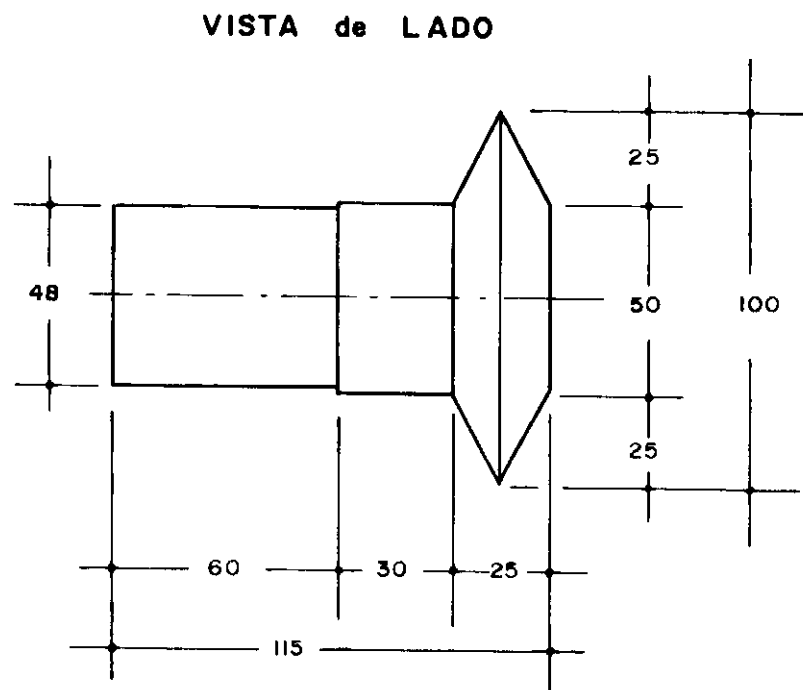
```

```

// FOR
*LIST SOURCE PROGRAM
*IOCS(2501READER,1403PRINTER,PLOTTER)
*ONE WORD INTEGERS
C
C      GRAFICO TEORICO DA ESTABILIDADE
C
      DIMENSION A(30),B(30),C(30),D(30),W(30),CM(5)
      DIMENSION TETA(20),XK1(20),XK2(20),ROT(20)
      NTETA=20
      NC=28
      NCM=3
      READ(8,5)(A(I),B(I),C(I),D(I),W(I),I=1,NC)
5  FORMAT(2F7.3,2F10.5,F8.1)
      READ(8,10)(CM(I),I=1,NCM)
10 FORMAT(3F10.4)
      DPS=2.*3.141592*60.
      CNTE=90./2.54
      CALL SCALF(30./4800.,10./0.33,0.,0.132)
      CALL FGRID(0,0.,0.132,160.,30)
      CALL FGRID(1,0.,0.132,0.033,6)
      CALL FPLOTT(-2,0.,0.363)
      CALL SCALF(30./4800.,6./450.,0.,21.)
      CALL FGRID(0,0.,21.,4800.,1)
      CALL FGRID(1,0.,21.,75.,6)
      CALL FPLOTT(0,0.,-504.)
      NC=16
      NCM=1
      DO 50 I=1,NCM
      DO 45 J=1,NC
      READ(8,15)(TETA(L),L=1,NTETA)
15  FORMAT(10F8.2)
      F=CM(I)*D(J)
      G=A(J)**2
      XJ=2.*CM(I)*B(J)*C(J)
      H=CM(I)*C(J)
      DO 20 L=1,NTETA
      TETA(L)=TETA(L)*CNTE
      TETA(L)=TETA(L)*3.141592/180.
      ROT(L)=DPS*W(J)/TETA(L)
      RQ=SQRT(G-XJ*TETA(L)-H*TETA(L)*H*TETA(L))
      XK1(L)=1./(-A(J)+F*TETA(L)+RQ)
      XK2(L)=1./(-A(J)+F*TETA(L)-RQ)
20  CONTINUE
      WRITE(5,25)(XK1(L),L=1,NTETA)
25  FORMAT(///,49X,'K1',/,5(2X,F14.7,4X))
      WRITE(5,30)(XK2(L),L=1,NTETA)
30  FORMAT(///,49X,'K2',/,5(2X,F14.7,4X))
      WRITE(5,35)(ROT(L),L=1,NTETA)
35  FORMAT(///,46X,'ROTACAO',/,5(2X,E14.7,4X))

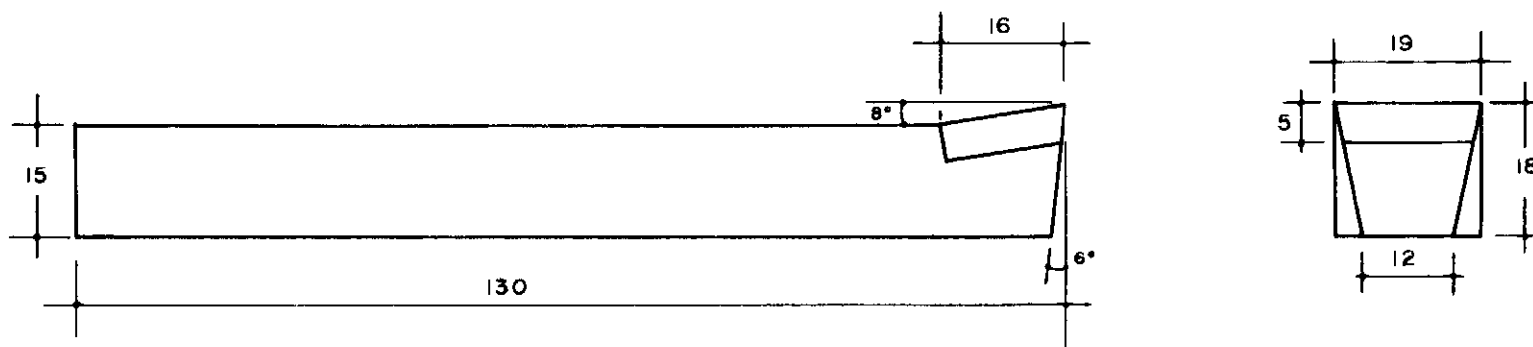
```

```
CALL SCALF(30./4800.,10./0.33,0.,0.132)
DO 40 L=2,NTETA
X=ROT(L)
Y=XK1(L)
IF(X-4800.)36,36,40
36 CALL FPLOTT(-2,X,Y)
CALL POINT(0)
CALL FPLOTT(1,X,Y)
40 CONTINUE
CALL FPLOTT(0,0.,0.363)
CALL SCALF(30./4800.,6./450.,0.,21.)
DO 42 L=2,NTETA
X=ROT(L)
Y=W(J)
IF(X-4800.)41,41,42
41 CALL FPLOTT(-2,X,Y)
CALL POINT(0)
CALL FPLOTT(1,X,Y)
42 CONTINUE
CALL FPLOTT(0,0.,-504.)
45 CONTINUE
50 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

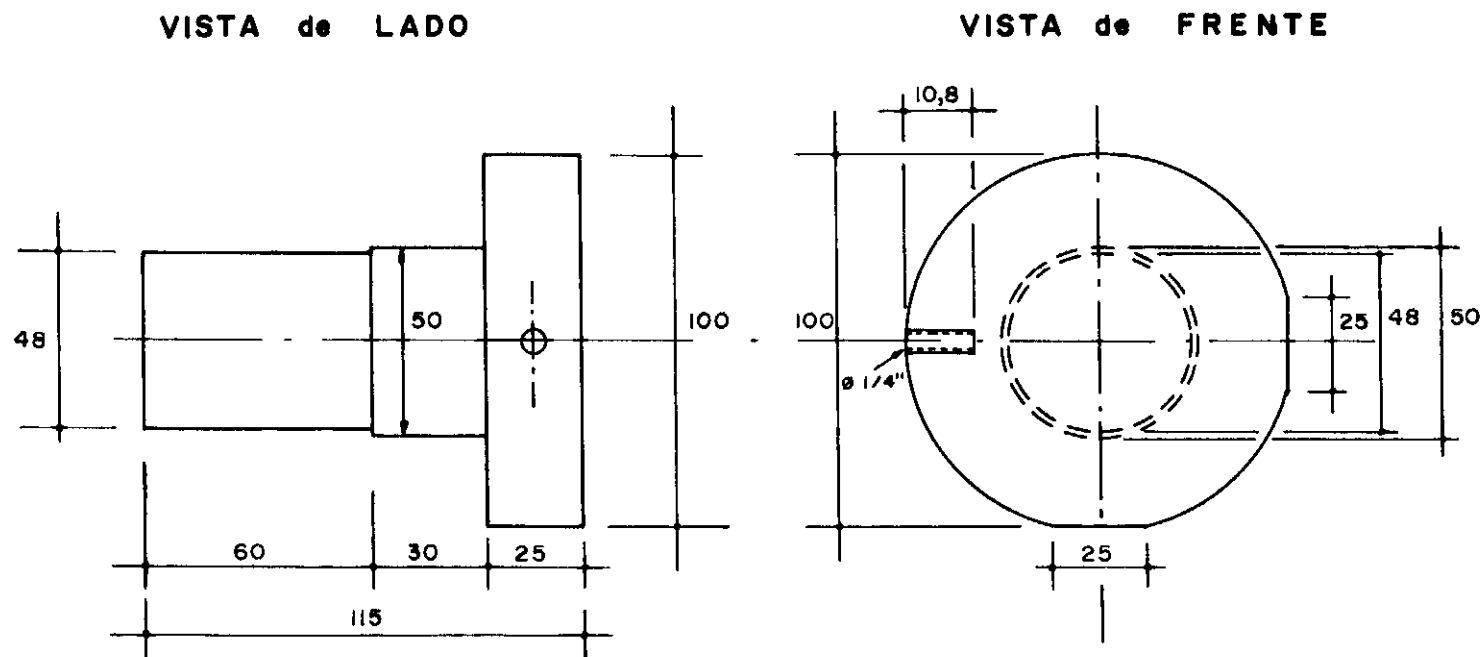


**Fig. 1 : Peça dos testes de Usinagem.**



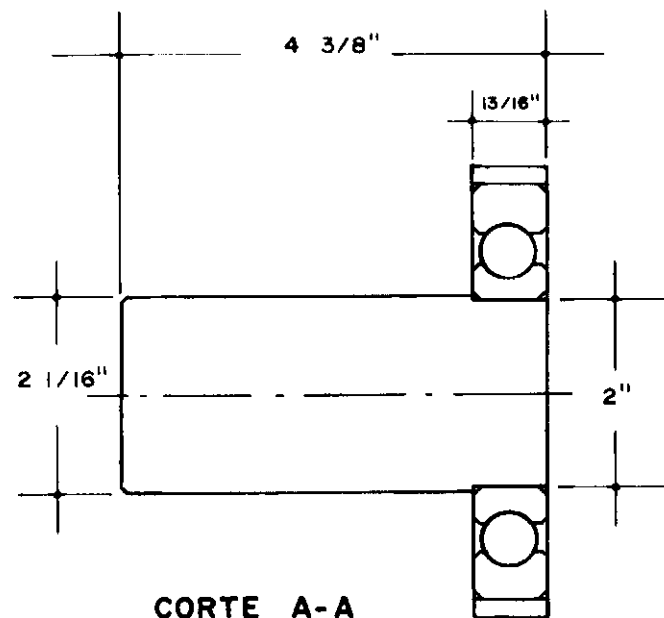
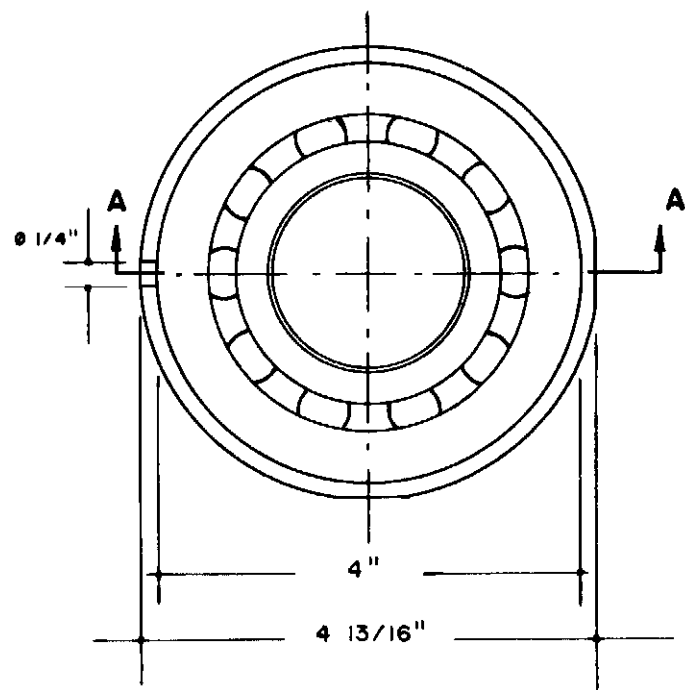


**Fig. 2 : Ferramenta de corte**

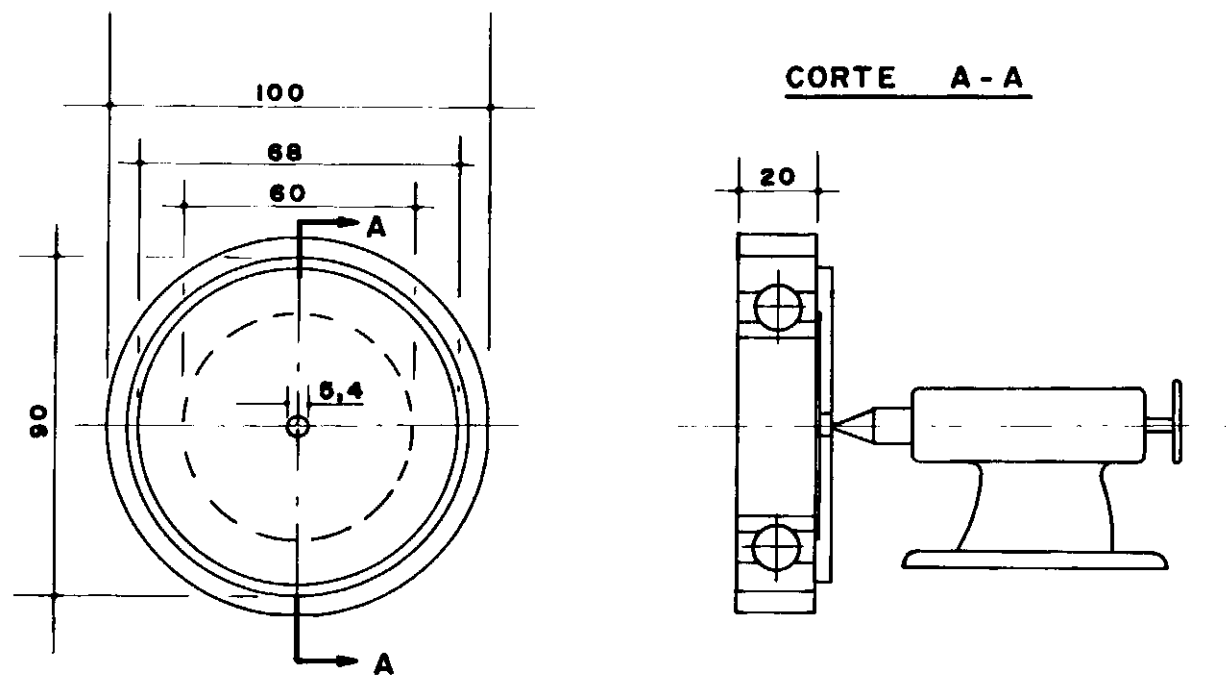


**Fig. 3 : Peça fixa para os testes de simulação**

**VISTA de CIMA**



**Fig. 4 . Peça dos Testes de Simulação**



**Fig. 5 : Peça dos testes de simulação**

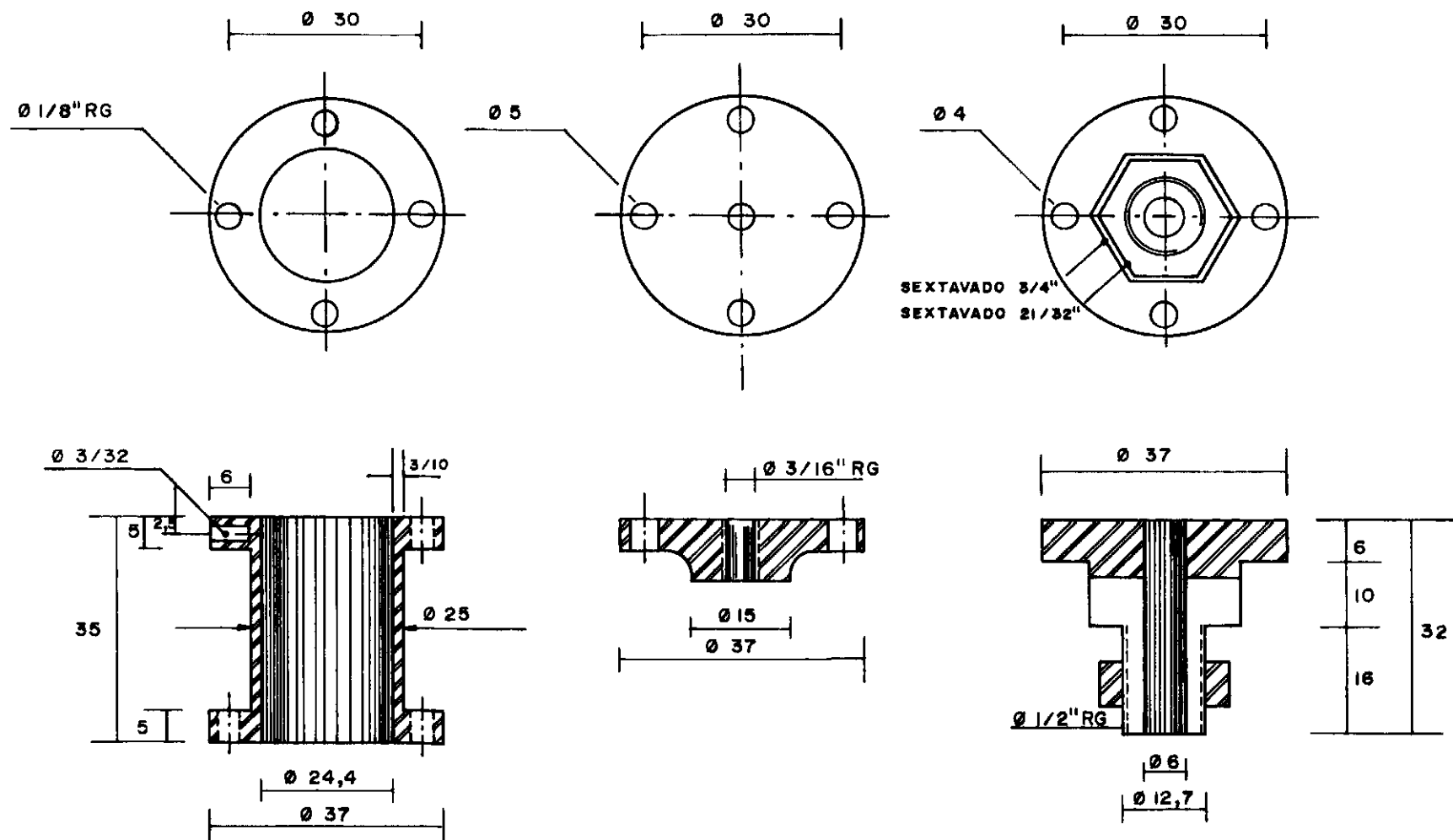


Fig. 6 : Transdutor de Fôrça

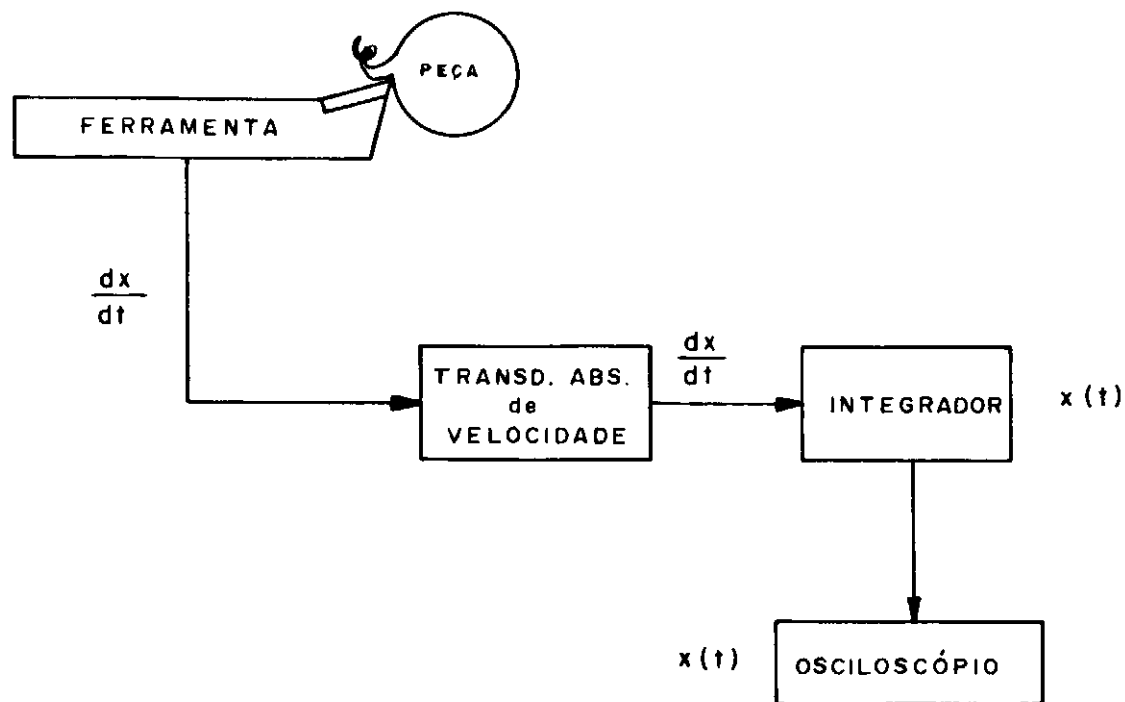
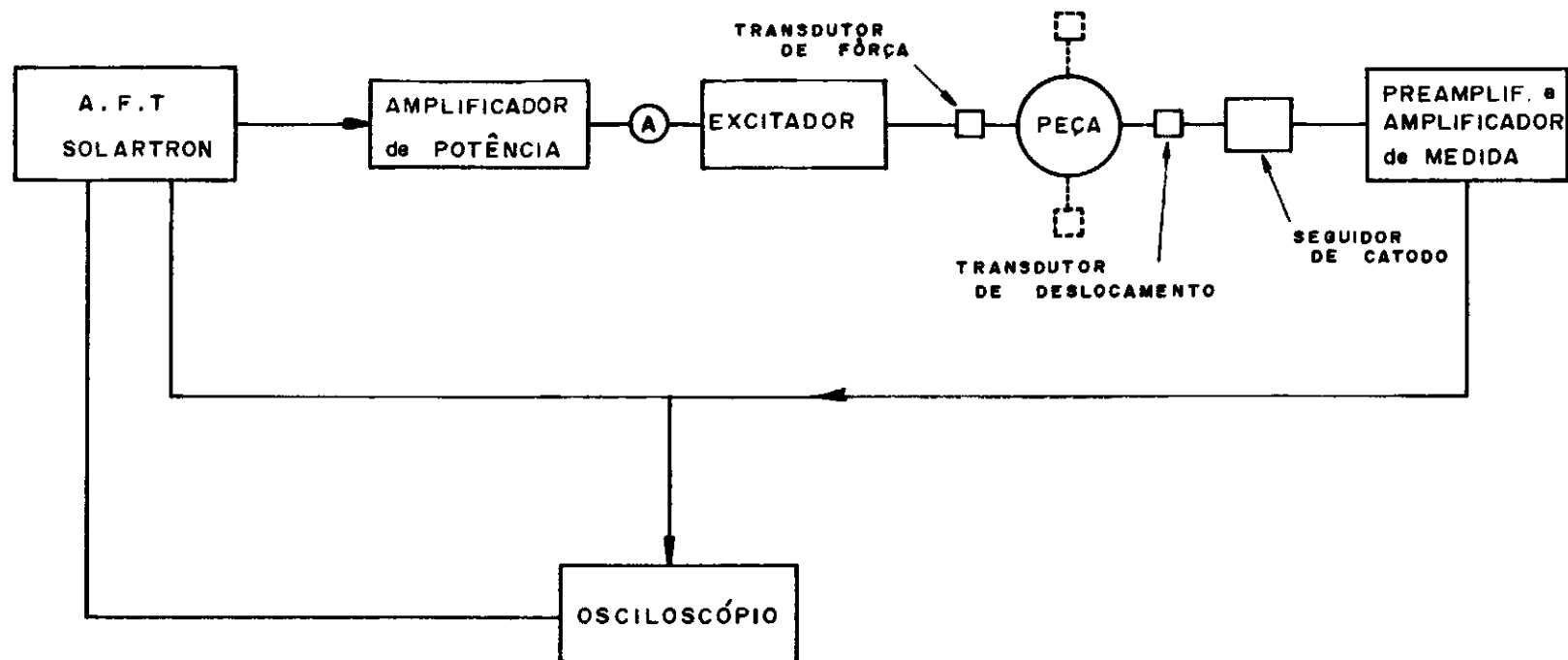


Fig. 7. Diagrama de Bloco da Montagem Ponto de Trepidamento.



**Fig. 8. Diagrama de Bloco da Montagem dos Testes de Simulação**

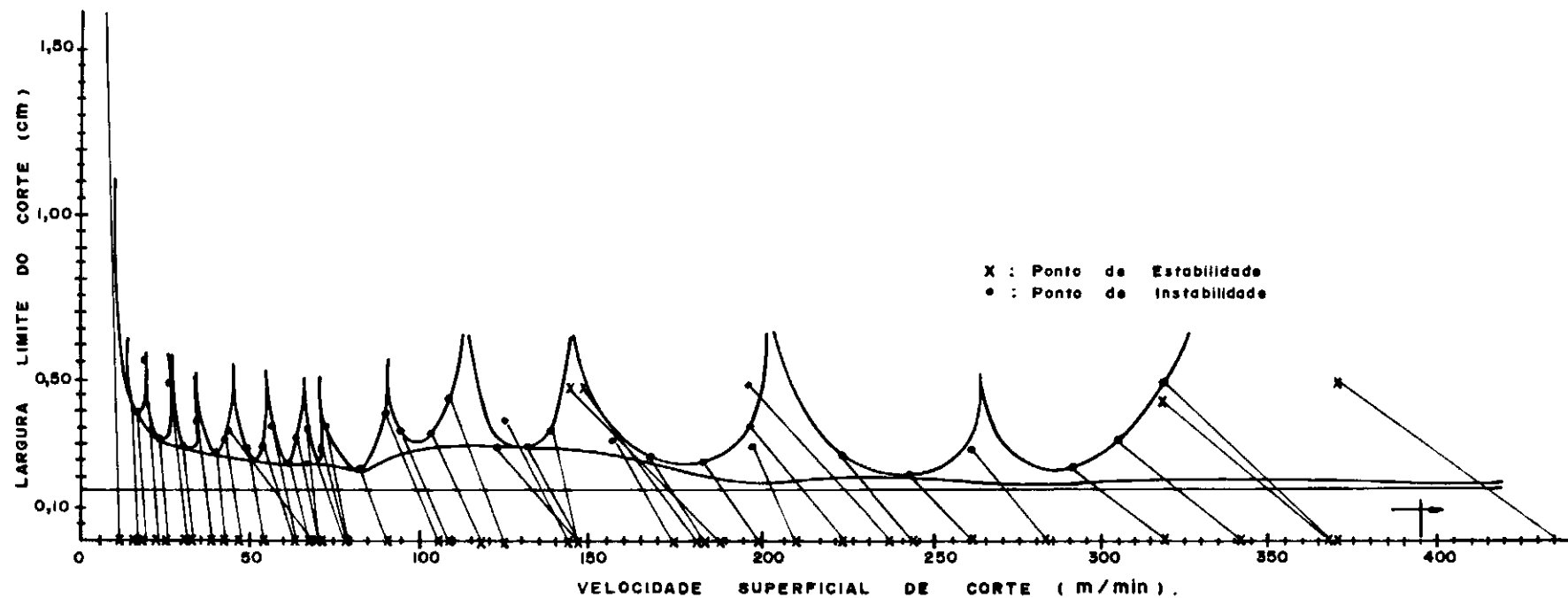


Fig. 9 : Carta de Estabilidade Experimental.



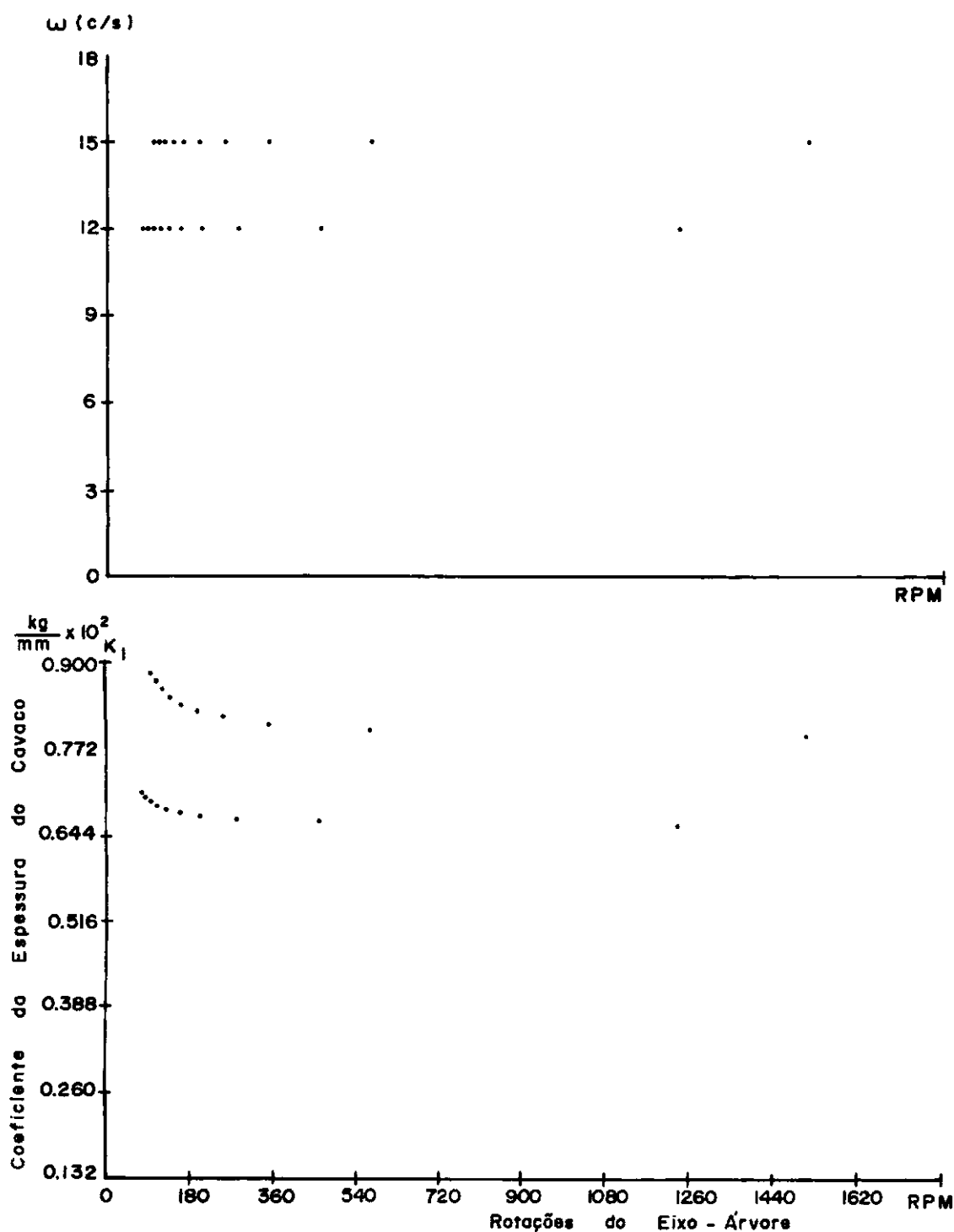


Fig. 10 - Carta Teórica de Estabilidade - 1º Grau de Liberdade

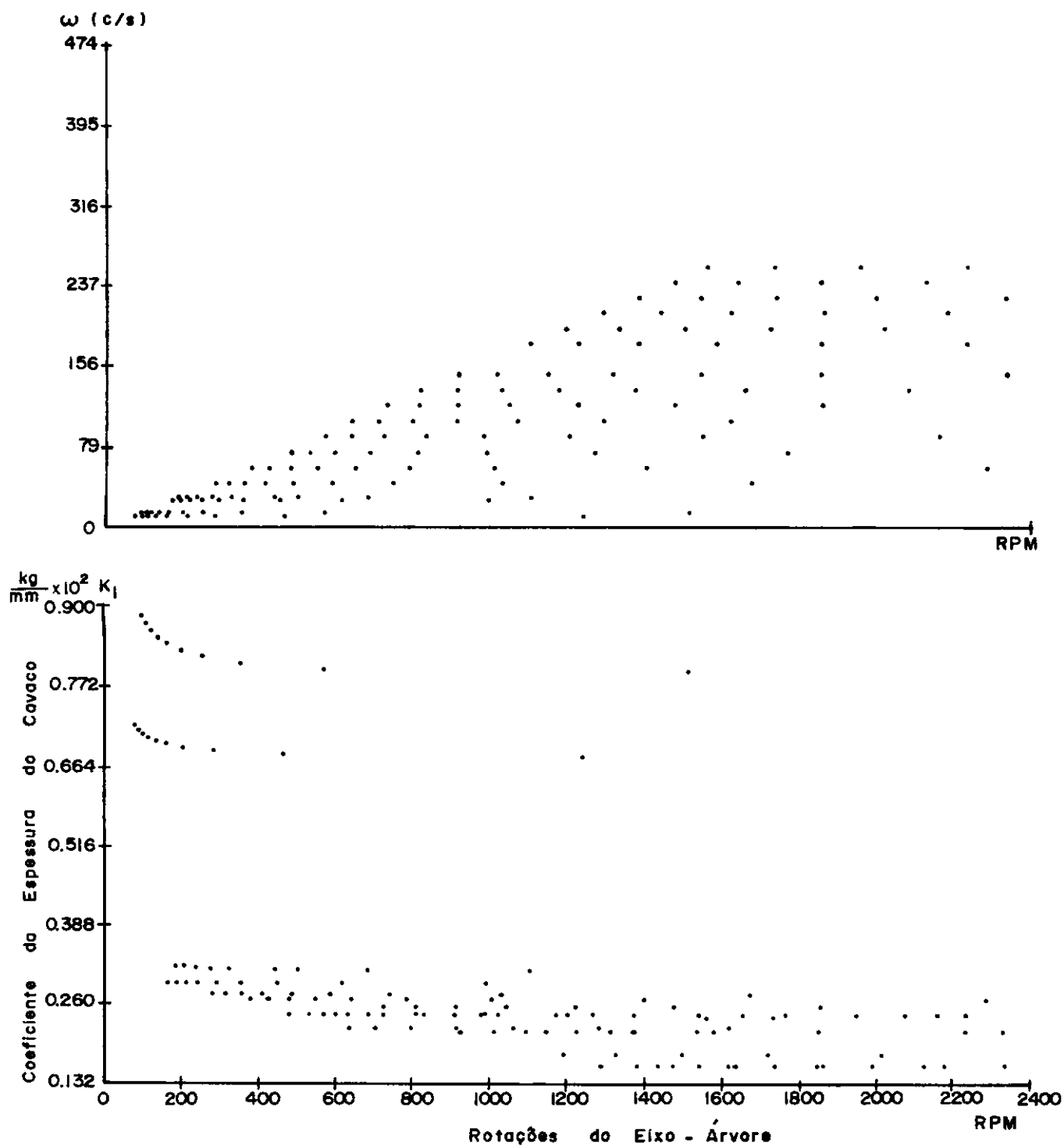


Fig. 10 - Carta Teórica de Estabilidade - Todos os Graus de Liberdade

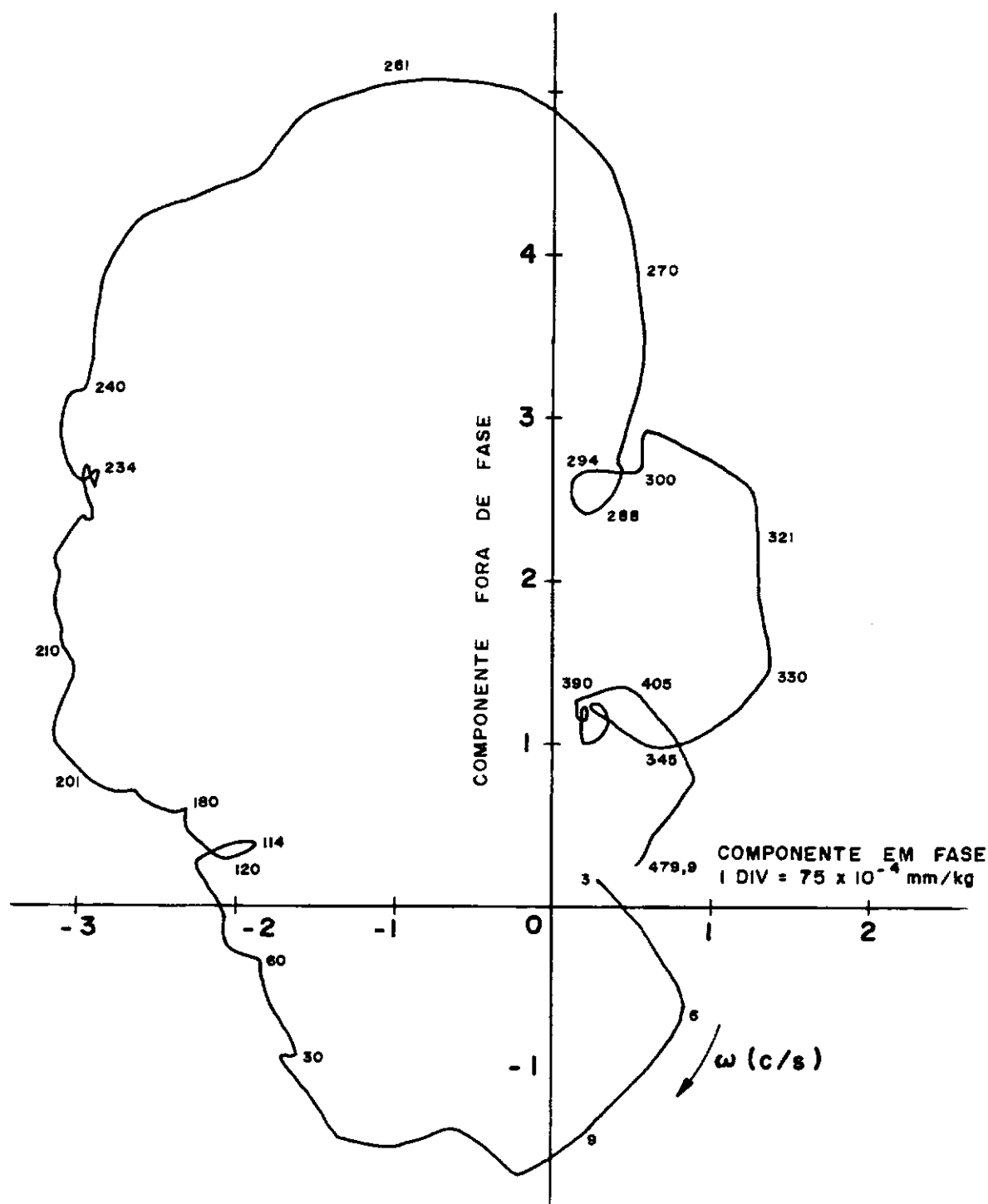


Fig. II Receptância Horizontal Direta

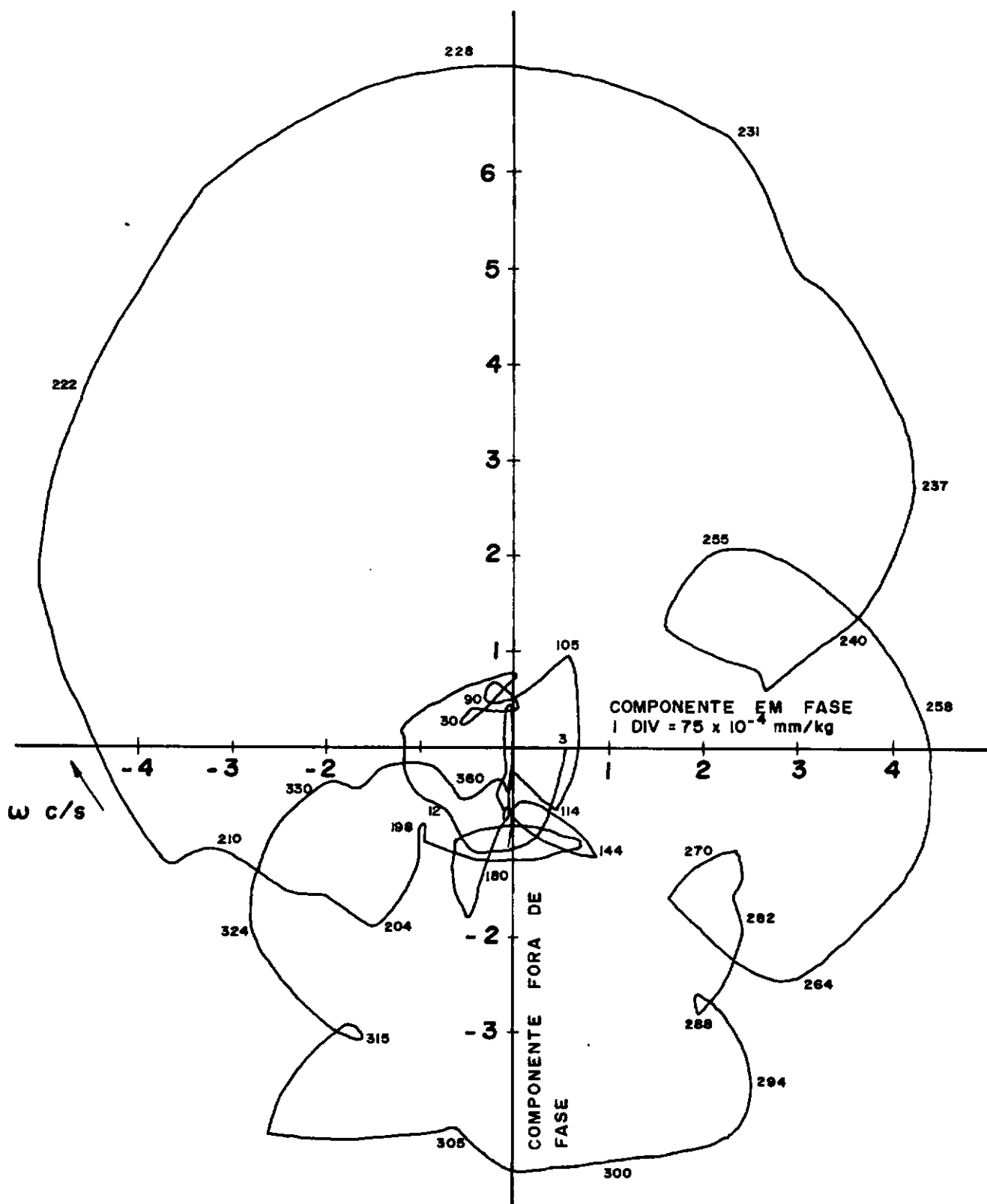


Fig. 12 - Receptância Transversal Horizontal - Vertical

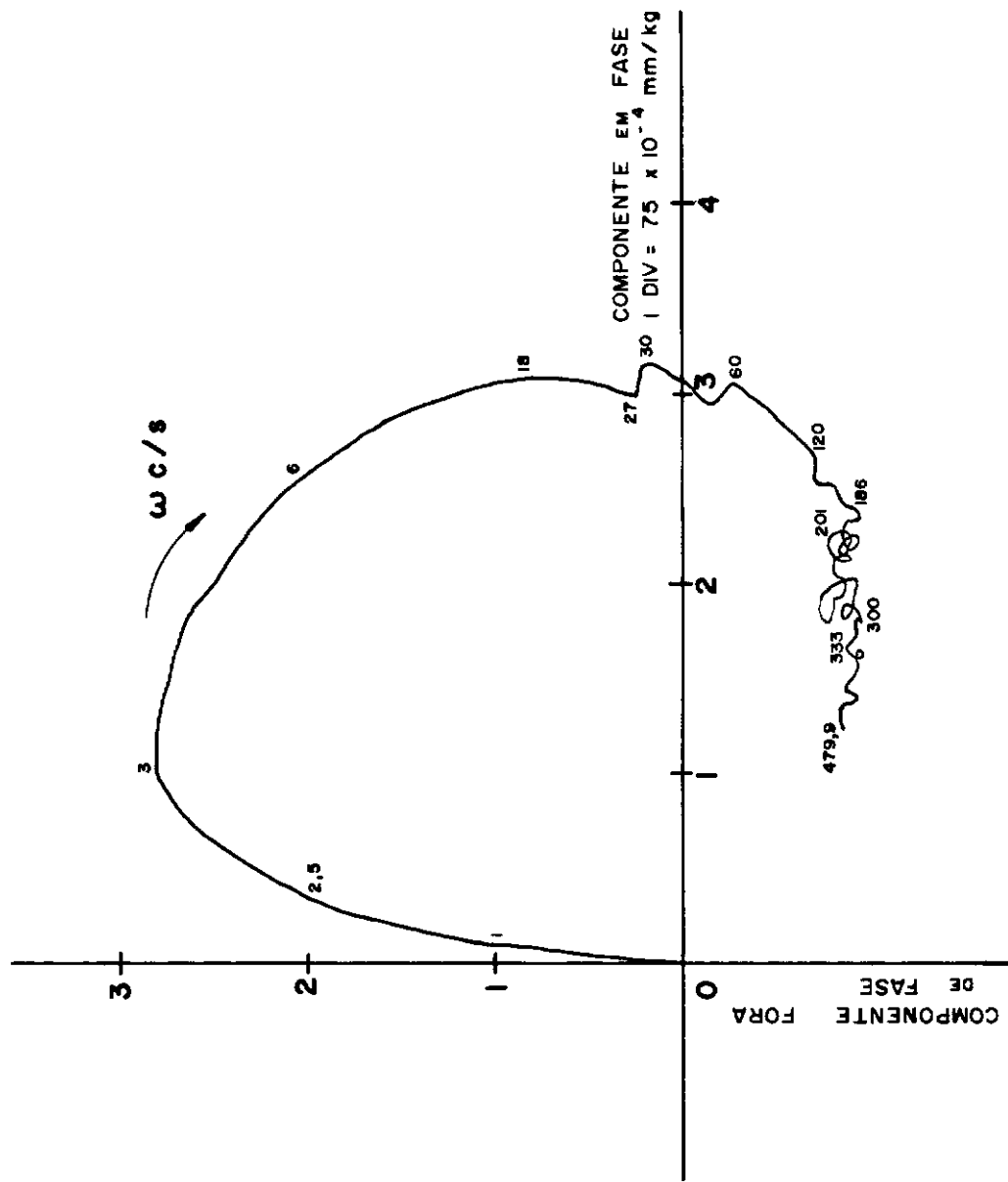


Fig. 13. Receptância Vertical Direta

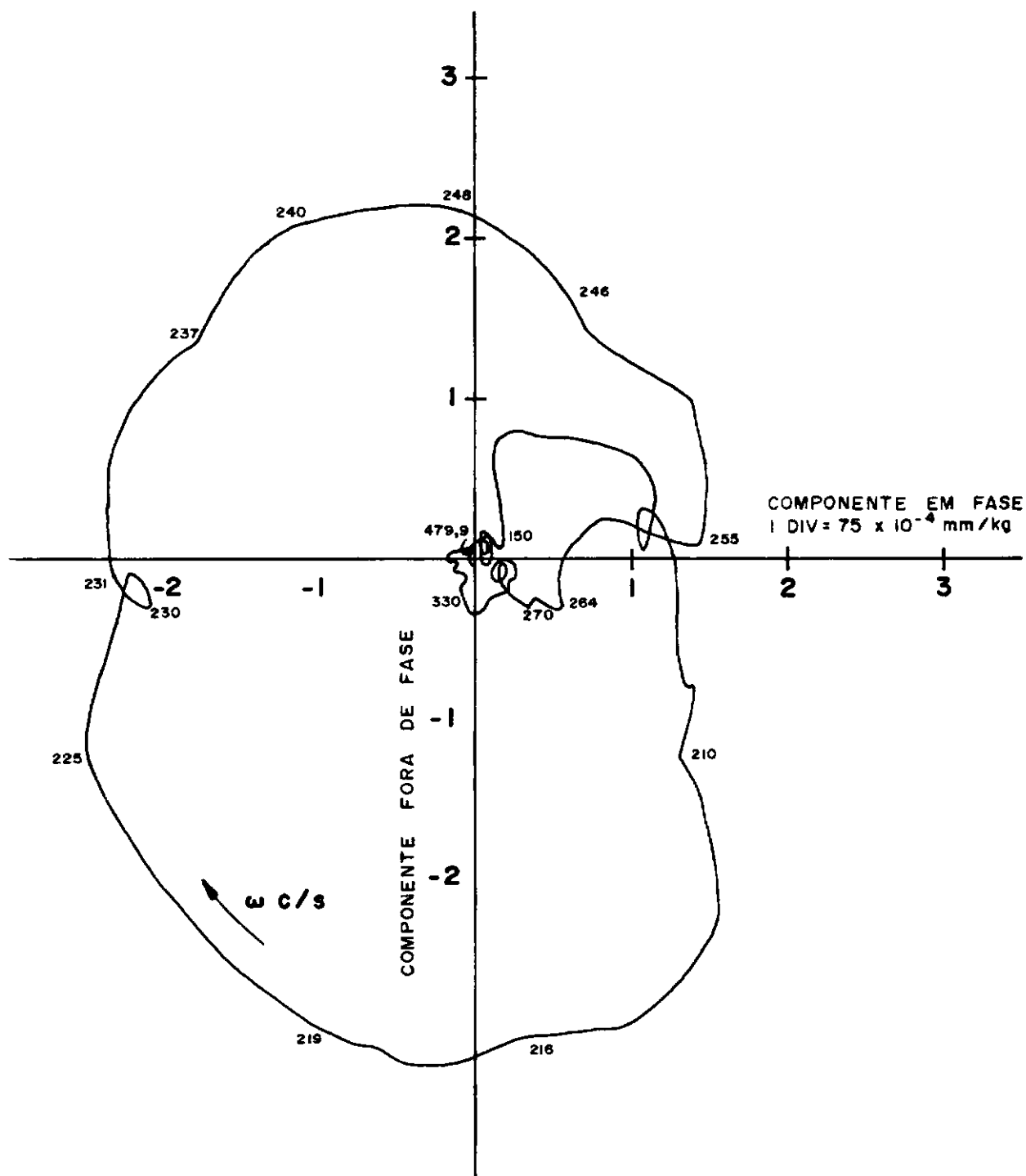


Fig. 14 Receptância Transversal Vertical Horizontal

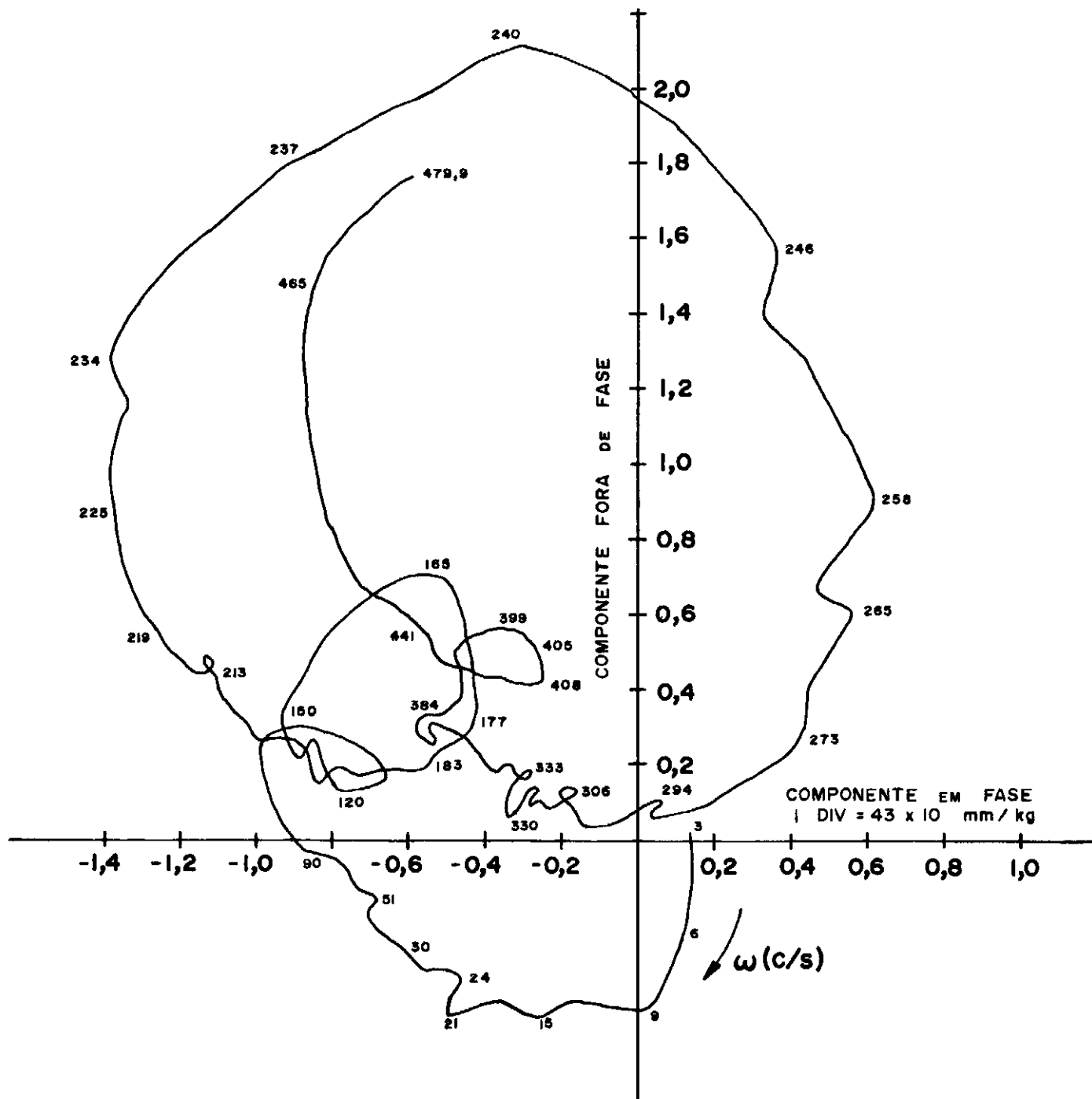


Fig. 15. Receptância horizontal direta 63 R.P.M

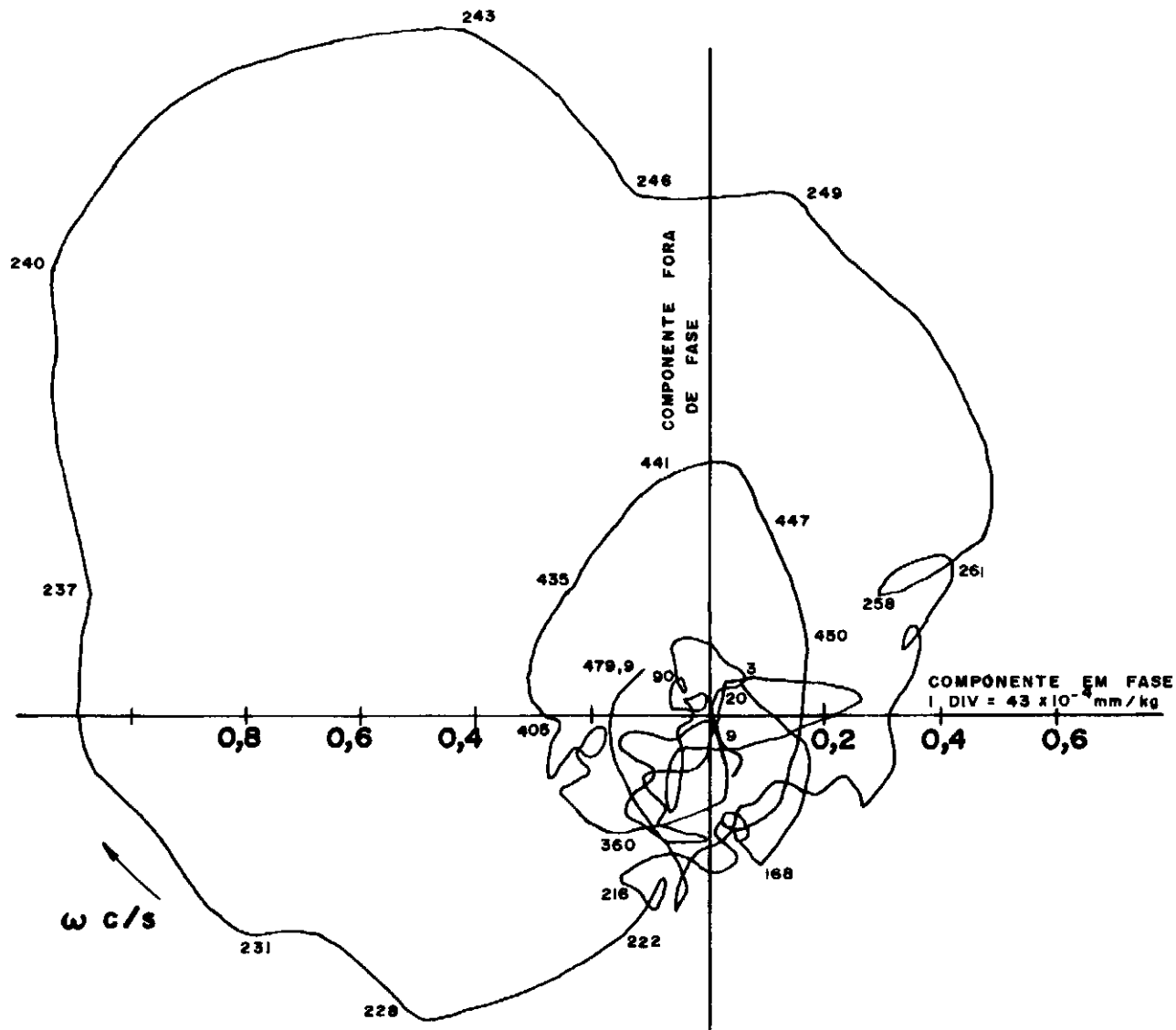


Fig.16. Receptancia Transversal Horizontal - Vertical 63 RPM



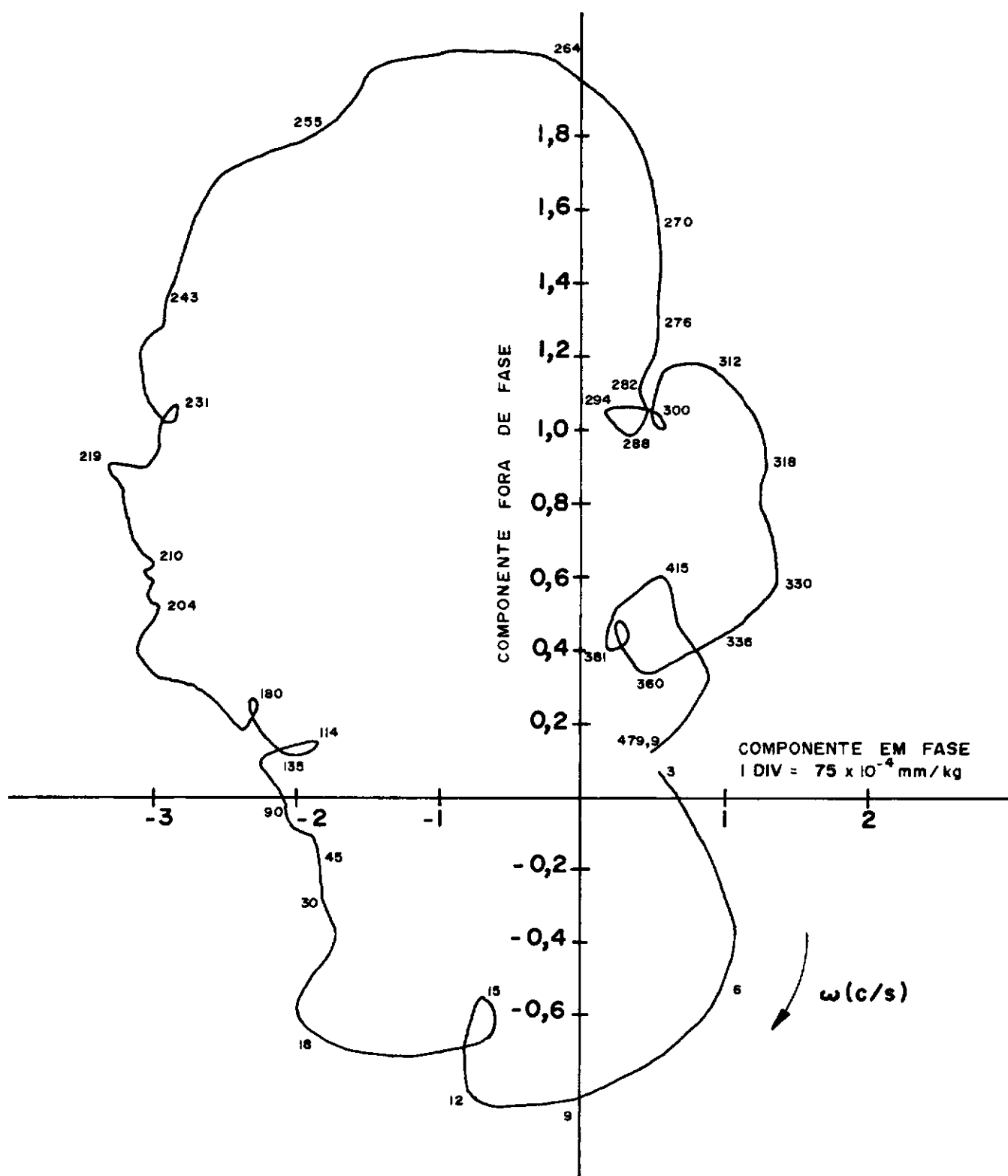


Fig. 17 : Receptância Transversal Y/P para  $\beta = 45^\circ$

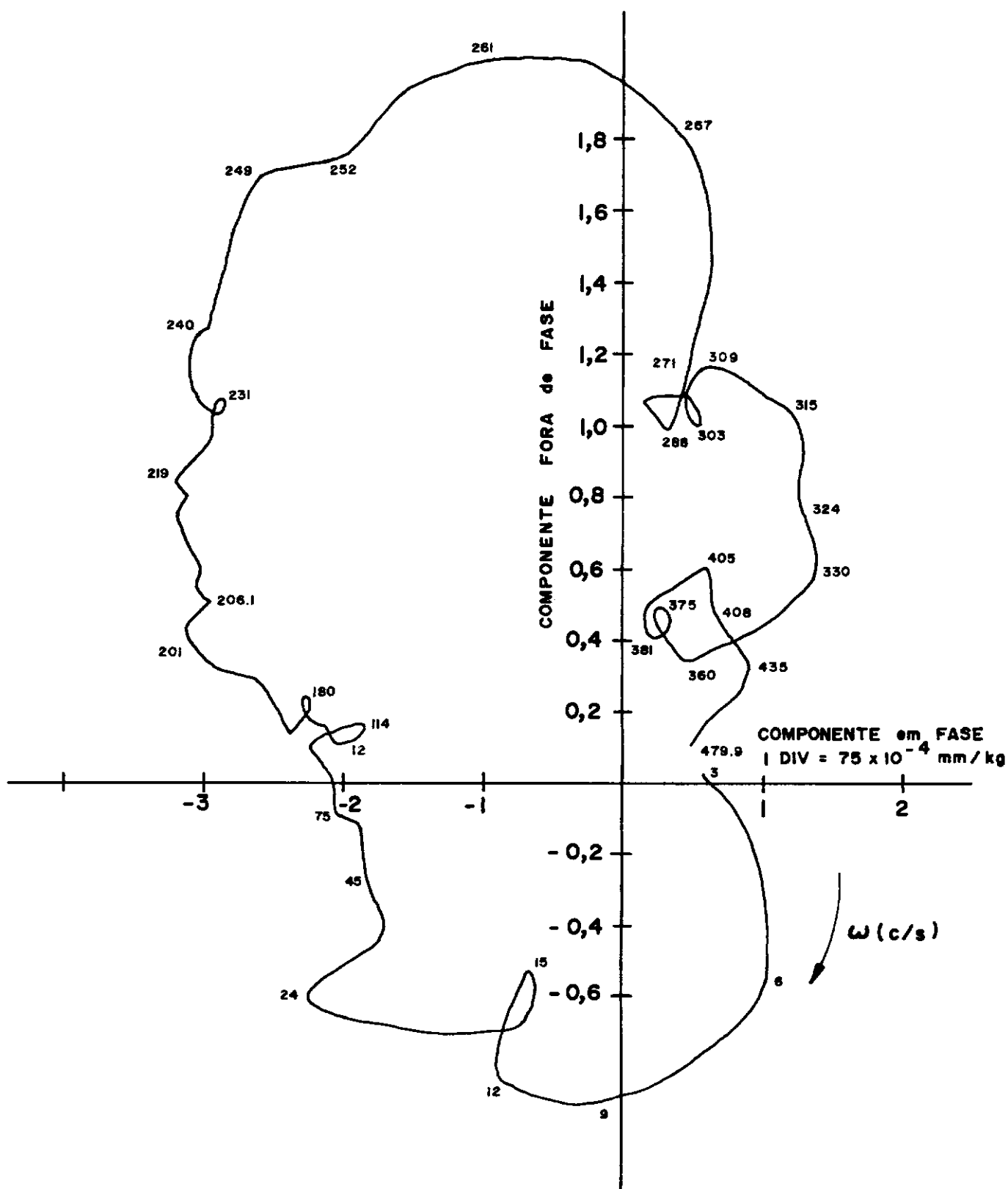


Fig. 18 : Receptância Transversal Y/P para  $\beta = 60^\circ$

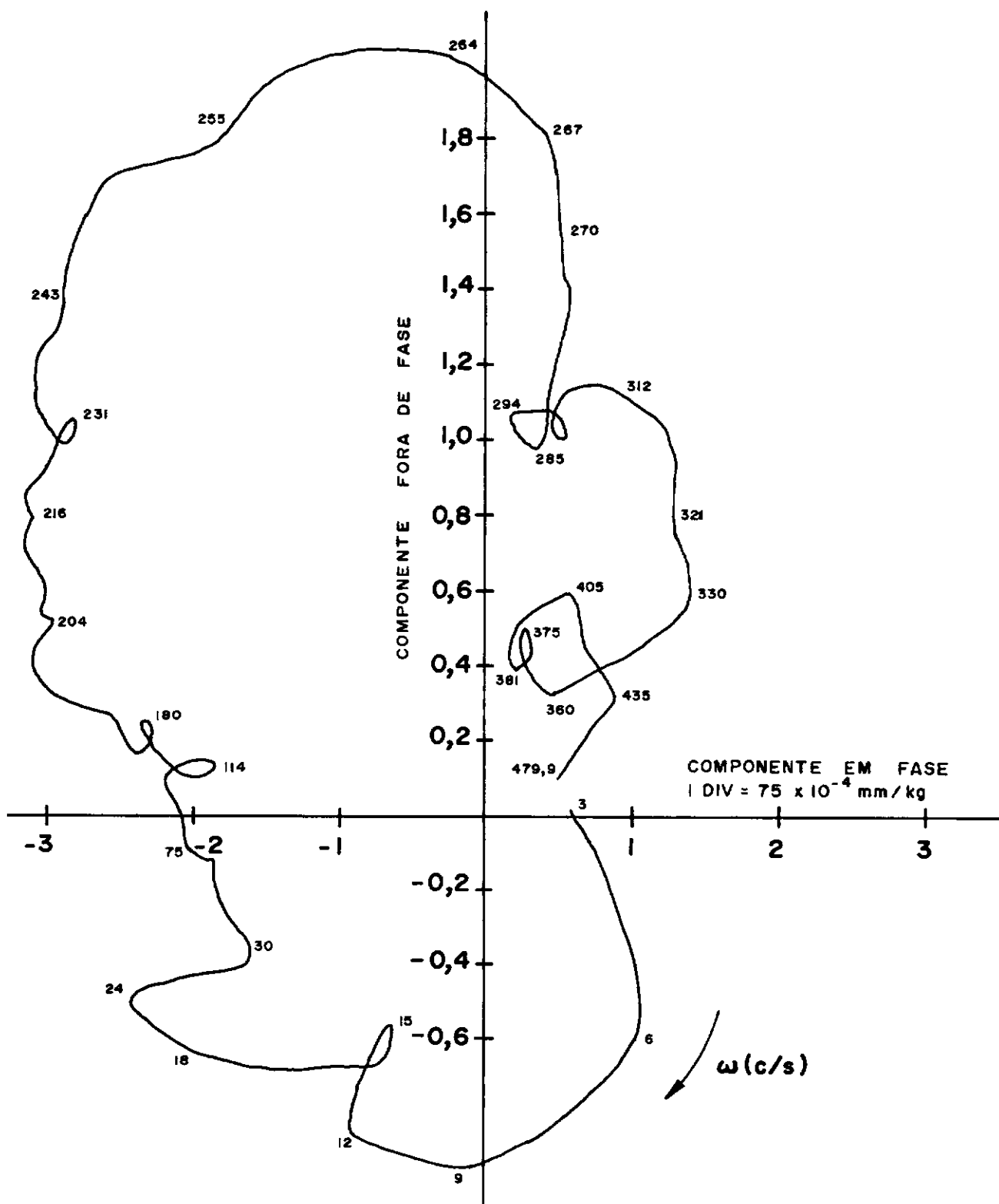


Fig. 19 : Receptância Transversal Y/P para  $\beta = 75^\circ$



A

**B**

